

Ľuboš Pavlov

Autoreferát dizertačnej práce

MONITOROVANIE SYNCHRÓNNYCH FÁZOROV V ELEKTRIZAČNEJ SÚSTAVE

na získanie akademickej hodnosti doktor (philosophiae doctor, PhD.)

v doktorandskom študijnom programe: **Elektroenergetika**

v študijnom odbore 5.2.30 elektroenergetika

Miesto a dátum: Bratislava, 26.05.2016

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA
V BRATISLAVE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY**

Ľuboš Pavlov

Autoreferát dizertačnej práce

MONITOROVANIE SYNCHRÓNNYCH FÁZOROV V ELEKTRIZAČNEJ SÚSTAVE

na získanie akademickej hodnosti doktor (philosophiae doctor, PhD.)

v doktorandskom študijnom programe: Elektroenergetika

Miesto a dátum: Bratislava, 26.05.2016

Dizertačná práca bola vypracovaná externej forme doktorandského štúdia

Na Ústav elektroenergetiky a aplikovanej elektrotechniky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Slovenská technická univerzita v Bratislave.

Predkladateľ: Ing. Ľuboš Pavlov
VUJE, a.s. Okružná 5, 918 64 Trnava

Školiteľ: Doc. Ing. Anton Beláň, PhD.
Slovenská technická univerzita v Bratislave
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Ústav elektroenergetiky a aplikovanej elektrotechniky
Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava

Oponenti: doc. Ing. Peter Bracínik, PhD., Elektrotechnická fakulta ŽU
Ing. Peter Szathmary, PhD., Power System Management, s.r.o.

Autoreferát bol rozoslaný:

Obhajoba dizertačnej práce sa koná:

Na Fakulta elektrotechniky a informatiky, Slovenská technická univerzita v Bratislave, Ilkovičova 3

rektor STU alebo dekan fakulty, ak sa doktorandský študijný program uskutočňuje na fakulte (meno a priezvisko s uvedením titulov)

Obsah

ÚVOD	4
TÉZY DIZERTAČNEJ PRÁCE	5
1. MERANIE SYNCHRÓNNYCH FÁZOROV	6
1.1. FÁZOROVÉ VYJADRENIE SÍNUSOVÉHO PRIEBEHU	6
1.2. DEFINÍCIA SYNCHRÓNNEHO FÁZORA, SYNCHROFÁZOROVÉ MERANIE A JEHO HISTÓRIA ...	6
1.3. FÁZOROVÁ MERACIA JEDNOTKA A JEJ ZÁKLADNÁ ŠTRUKTÚRA	6
2. KVANTIFIKÁCIA STRÁT ELEKTRICKEJ ENERGIE VPLYVOM NESYMETRIE.....	8
2.1. VÝPOČET STRÁT ELEKTRICKEJ ENERGIE VPLYVOM NESYMETRIE METÓDOU SYNCHRÓNNYCH FÁZOROV	8
2.2. KVANTIFIKÁCIA STRÁT ELEKTRICKEJ ENERGIE VPLYVOM NESYMETRIE NA ZÁKLADE VÝSLEDKOV SYNCHRONNÝCH MERANÍ NA JEDNODUCHOM ELEKTRICKOM VEDENÍ ...	14
2.2.1. Straty nesymetriou na jednoduchom vonkajšom vedení 110 kV	15
2.2.2. Straty nesymetriou na jednoduchom vonkajšom vedení 220 kV	15
2.2.3. Straty nesymetriou na jednoduchom vonkajšom vedení 400 kV	15
3. ELEKTRICKÉ PARAMETRE JEDNODUCHÝCH VONKAJŠÍCH VEDENÍ.....	16
3.1. VÝPOČET ELEKTRICKÝCH PARAMETROV VEDENIA NA ZÁKLADE GEOMETRICKÉHO ROZLOŽENIA NA STOŽIARI.....	16
3.1.1. Matematický opis	17
3.1.1.1. Pozdĺžne parametre	17
3.1.1.2. Priečne parametre	18
3.1.1.3. Povrchový gradient na vodiči.....	19
3.1.1.4. Straty korónou	20
3.2. ELEKTRICKÉ PARAMETRE VEDENIA NA ZÁKLADE GEOMETRICKÉHO ROZLOŽENIA VODIČOV NA STOŽIARI	20
3.2.1. Elektrické parametre jednoduchých vonkajšieho vedenia 110 až 400 kV	21
3.3. VÝPOČET ELEKTRICKÝCH PARAMETROV VEDENIA NA ZÁKLADE MONITORINGU SYNCHRÓNNYCH FÁZOROV PRÚDOV A NAPÄTÍ.....	21
3.3.1. Metóda viacnásobného merania využívajúca lineárnu regresiu.....	22
3.4. ELEKTRICKÉ PARAMETRE VEDENIA NA ZÁKLADE MONITORINGU SYNCHRÓNNYCH FÁZOROV PRÚDOV A NAPÄTÍ.....	23
Tab. 3.2 Prevádzkové parametre jednoduchých vonkajšieho vedení 110 až 400 kV	24
4. POROVNANIE ELEKTRICKÝCH A PREVÁDZKOVÝCH PARAMETROV ELEKTRICKÝCH VEDENÍ Z HĽADISKA PREVÁDZKY ES.....	25
4.1. DEFINOVANIE ELEKTRICKÝCH PARAMETROV ELEKTRICKÉHO VEDENIA.....	25
4.2. DEFINOVANIE PREVÁDZKOVÝCH PARAMETROV ELEKTRICKÉHO VEDENIA.....	25
4.3. POROVNANIE METÓD KVANTIFIKÁCIE ELEKTRICKÝCH A PREVÁDZKOVÝCH PARAMETROV ELEKTRICKÉHO VEDENIA	25
4.4. METÓDA URČENIA ELEKTRICKÝCH A PREVÁDZKOVÝCH PARAMETROV ELEKTRICKÉHO VEDENIA PRE PREVÁDZKOVÉ ÚČELY ES.....	26
5. PRÍNOSY PRE PRAX	28
ZÁVER.....	30
VÝBER Z POUŽITEJ LITERATÚRY.....	31
PUBLIKAČNÁ ČINNOSŤ AUTORA:	32

Úvod

Zvýšenie energetickej efektívnosti rozsiahlej prepojenej elektrizačnej sústavy (ES) patrí medzi priority energetickej politiky Slovenskej republiky (SR) ale aj ostatných členských štátov Európskej Únie. Dôležitosť tejto problematiky potvrdzujú prijaté dokumenty na národnej úrovni vládou SR “Návrh energetickej politiky Slovenskej republiky” a Zákon č. 321/2014 Z. z. o energetickej efektívnosti prijatý Národnou radou SR 21. októbra 2014. Na medzinárodnej úrovni bol prijatý dokument Európskej rady zo dňa 23. – 24. októbra 2014 zameraný na rámec politík v oblasti klímy a energetiky, smernica európskeho parlamentu a rady 2012/27/EÚ z 25. októbra 2012 o energetickej efektívnosti, ktorou sa menia a dopĺňajú smernice 2009/125/ES a 2010/30/EÚ a ktorou sa zrušujú smernice 2004/8/ES a 2006/32/ES. Zvýšenie energetickej efektívnosti je možné dosiahnuť zvýšením účinnosti prenosu a distribúcie elektrickej energie, a znižovaním prenosových strát pri zabezpečení plynulého rozvoja trhu s elektrickou energiou. Je preto potrebné zaoberať sa touto problematikou hlbšie aj v oblasti výskumu a hľadať vhodné opatrenia na zvýšenie energetickej efektívnosti ES SR. Pre realizáciu výskumu v danej oblasti sú však potrebné presnejšie údaje získané z reálnej prevádzky ES SR.

Účinným nástrojom ako získať presnejšie dáta z reálnej prevádzky ES SR je možnosť využitia moderných systémov monitorovania synchronných fázorov napätí a prúdov minimálne vo vybraných rozvodniach ES. Presnejšie dáta z reálnej prevádzky je potrebné získať pri všetkých možných prevádzkových režimoch ustálených stavoch, krátkodobých prechodných stavoch s preťažením, ale aj dynamických poruchových stavoch ES. To si vyžaduje nevyhnutnosť prípravy vybraných uzlov ES SR na realizáciu monitorovania synchronných fázorov napätia a prúdu, ktoré umožnia získať presnejšie údaje z reálnej prevádzky ES SR v reálnom čase, čo môže viesť k návrhu možných opatrení na zvýšenie účinnosti prenosu ES SR, prevencie straty stability a prevencie pred napät'ovým kolapsom, presnejšej lokalizácie porúch v sústavách vvn a zvn, ale aj možnosti získania prevádzkových parametrov elektrických zariadení.

Problematika využitia monitoringu synchronných fázorov v podmienkach ES SR je v súčasnosti málo používaná a známa. Prevádzkovateľ prenosovej sústavy (PS) Slovenskej Republiky SEPS a.s. v roku 2015 ukončil pilotný projekt aplikácie fázorových meracích jednotiek inštalovaných v najdôležitejších uzloch ES SR v počte 19 meracích jednotiek. Presnejšie údaje získané z monitoringu budú využité v dispečerskom riadení PS SR. Využit' takto získané dáta z reálnej prevádzky je možné aj v oblasti výskumu. Výstupy je možné v budúcnosti aplikovať v bežnej prevádzke. Dizertačná práca sa preto zaoberá využitím monitoringu synchronných fázorov v ES SR. Predmetom záujmu bude využitie presnejších dát získaných z reálnej prevádzky jednoduchých elektrických vonkajších vedení v oblasti kvantifikácie strát vplyvom nesymetrie, určením elektrických parametrov a ich porovnanie s parametrami určenými na základe výpočtu geometrického rozloženia fázových vodičov v korune stožiaru vonkajších elektrických vedení.

Tézy dizertačnej práce

1. Kvantifikácia strát elektrickej energie v dôsledku nesymetrie na základe monitorovania synchronných fázorov vo vybraných uzloch ES SR.
2. Výpočet a monitoring elektrických parametrov vonkajších vedení ES metódou monitorovania synchronných fázorov.
3. Analýza odchýlok medzi vypočítanými a zmeranými veličinami, z hľadiska ďalších výpočtov pre prevádzkové účely ES.
4. Definícia a rozdiely medzi elektrickými a prevádzkovými parametrami elektrických vedení.

1. Meranie synchronných fázorov

1.1. Fázorové vyjadrenie sínusového priebehu

Uvažujme čistý sínusový priebeh, ktorý je definovaný rovnicou (1.1):

$$x(t) = X_m \cdot \cos(\omega t + \vartheta) \quad (1.1)$$

kde ω je frekvencia signálu v radiánoch za sekundu,
 ϑ - fázový uhol v radiánoch,
 X_m - maximálna hodnota amplitúdy signálu,
 $X_m/\sqrt{2}$ - efektívna hodnota vstupného signálu.

Rovnica (1.1) môže byť taktiež opísaná vzťahom (1.2):

$$x(t) = \operatorname{Re}\{X_m \cdot e^{j(\omega t + \vartheta)}\} = \operatorname{Re}\{e^{j(\omega t)}\} X_m \cdot e^{j\vartheta} \quad (1.2)$$

Sínusový priebeh, ktorý je definovaný rovnicou (1.1) je reprezentovaný rotujúcim fázorom X popísaným rovnicou (1.3) známym ako fázorové vyjadrenie:

$$x(t) \leftrightarrow X = (X_m/\sqrt{2}) \cdot e^{j\vartheta} = (X_m/\sqrt{2}) \cdot [\cos \vartheta + j \sin \vartheta] \quad (1.3)$$

Fázorové vyjadrenie je možné len pre čistý sínusový priebeh. V praxi je priebeh veľmi často ovplyvnený inými signálmi, ktoré majú rôznu frekvenciu a preto je potrebné vyabstrahovať tú frekvenčnú zložku signálu, ktorá je predmetom ďalšieho skúmania. Na oddelenie jednej frekvenčnej zložky signálu sa používa Fourierová transformácia, pričom vo vzorkovacích systémoch je vhodné použiť diskretnú Fourierovu transformáciu (DFT) alebo rýchlu Fourierovu transformáciu (FFT) [1].

1.2. Definícia synchronného fázora, synchrofázorové meranie a jeho história

Synchronný fázor je termín používaný na opis fázora, ktorý bol určený v okamihu známom ako časová značka synchronného fázora. Aby sme dosiahli v elektrizačnej sústave merania synchronných fázorov v reálnom čase, je potrebné synchronizovať tieto časové značky tak, aby všetky merania fázorov, ktoré patria do rovnakej časovej značky prebehli súčasne. Uvažujme, že $t = 0$ je časová značka merania. PMU (Phasor Measurement Unit) musí poskytnúť fázor prostredníctvom vzorkovaného vstupného signálu. Taktiež do PMU vstupuje anti - aliasing filter, ktorý produkuje fázové oneskorenie v závislosti na charakteristike filtra. Okrem toho bude toto oneskorenie funkciou frekvencie signálu. Úlohou PMU je kompenzovať toto oneskorenie, pretože k vzorkovaniu signálu dochádza až po oneskorení, ktoré je spôsobené filtrom. Synchronizácia je dosiahnutá prostredníctvom vzorkovacej frekvencie, ktorá má pevnú fázu (phase - locked) tak aby poskytla jeden impulzový signál za sekundu prostredníctvom GPS prijímača. Prijímač môže byť súčasťou PMU alebo môže byť inštalovaný v rozvodni. Časové značky sú v intervaloch, ktoré sú násobkami periódy nominálnej frekvencie sústavy [2].

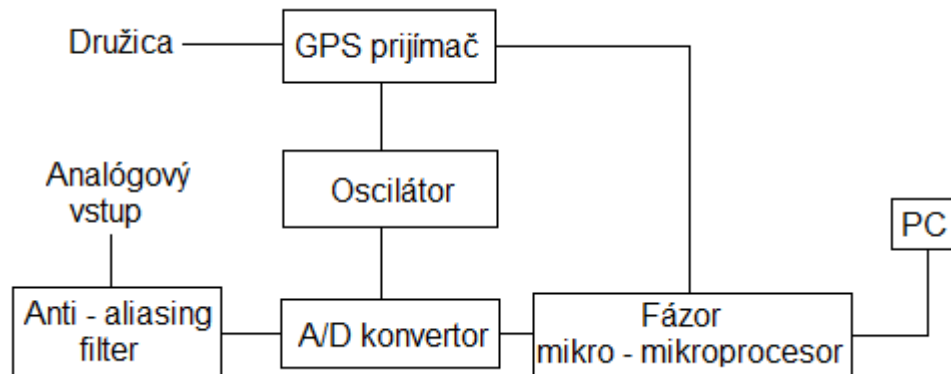
1.3. Fázorová meracia jednotka a jej základná štruktúra

Súčasný stav a trend vo vývoji celoeurópskej elektrizačnej sústavy ENTSO - E si vyžaduje jej dynamické inteligentné riadenie v prechodne - ustálených prevádzkových režimoch za účelom udržania rovnováhy okamžitej bilancie zdanlivého, činného a jalového výkonu v dôležitých uzloch elektrickej siete. Na monitorovanie týchto prevádzkových režimov v elektrických sieti sa používa fázorová meracia jednotka (PMU). Využívanie PMU je vo svete čoraz rozšírenejšie vďaka neustále sa zvyšujúcej potrebe prevádzkovateľov sietí

detailne monitorovať práve statický a dynamický stav sietí. V budúcnosti môžu zariadenia PMU prispieť k monitorovaniu a riadeniu inteligentných sietí s pripojeným veľkým počtom rozličných typov generátorov a zariadení pre ukladanie dát v reálnom čase [3].

Ako je vidno zo základnej štruktúry PMU (obr. 1.1) analógovými vstupmi sú trojfázové časové priebehy napätí – $u(t)$ a prúdov – $i(t)$ obvykle s obsahom harmonických, ktoré sú získané zo sekundárneho vinutia transformátorov napätia a prúdu.

Všetky trojfázové prúdy a napätia sú používané na určenie súslednej zložky fázorov. Na rozdiel od relé, PMU môžu merať prúdy z niekoľkých prívodov v rozvodni a napätia môžu merať na rôznych prípojniciach [3].



obr. 1.1 Základná štruktúra PMU

Prúdové a napät'ové signály sú konvertované na napätia pomocou bočníkov alebo prístrojových transformátorov (obvyčajne v rozmedzí 10 V) tak, aby vyhovovali požiadavkám A/D prevodníka. Vzorkovacia frekvencia určená pre vzorkovací proces určuje frekvenčnú odpoveď anti – aliasing filtra. Vo väčšej miere sa jedná o analógové filtre s vypínacou frekvenciou menšou ako je polovica vzorkovacej frekvencie. Spojenie medzi analógovým anti – aliasing filtrom a digitálnym anti – aliasing filtrom je prostredníctvom „decimation“ filtra, ktorý prevádza vzorky dát na nižšiu vzorkovaciu frekvenciu. Tým sa zaistí, že všetky analógové signály majú rovnaký fázový posun a útlm. To znamená, že rozdiely fázových uhlov a amplitúd rôznych signálov sú nezmenené [1].

Prostredníctvom GPS systému je každej zosnímanej vzorke priradený vlastný časový údaj čím dochádza k synchronizácii meraní fázorov v elektrickej sieti. Vzorkované dáta sú spolu s časovými údajmi zo signálu GPS prijímača uchované a spracované pomocou mikroprocesora.

Napokon sú časovo značkové merania spracované a prenášané komunikačným rozhraním cez vhodnú komunikačnú linku pomocou protokolu, ktorý je definovaný normou IEEE C37.118 [5,14].

2. Kvantifikácia strát elektrickej energie vplyvom nesymetrie

2.1. Výpočet strát elektrickej energie vplyvom nesymetrie metódou súčasných fázorov

Elektrizačnú sústavu ES tvorí súbor trojfázových, impedančne symetrických aj impedančne nesymetrických elektrických zdrojov, strojov, prístrojov, regulačných a kompenzačných zariadení v elektrických staniách, ktoré sú vzájomne prepojené nesymetrickými alebo symetrizovanými vonkajšími a káblowymi vedeniami. Iba v prípade, ak by boli všetky tieto elektrické prvky a zariadenia impedančne symetrické, bola by aj celá ES symetrická a bolo by možné ju nahradiť v takomto ideálnom prípade jedno-pólovou elektrickou náhradnou schémou so symetrickými zdrojmi (prispievajúcimi do siete) a symetrickými záťažami (odbermi zo siete) nainštalovanými v jednotlivých jej uzloch. V takejto „fiktívne ideálnej symetrickej“ prenosovej sústave by neexistovala žiadna impedančná nesymetria, a nebolo by možné, vyšetrovať ani vplyv vždy v určitej miere prítomnej trojfázovej impedančnej a prevádzkovej nesymetrie, na veľkosť strát elektrickej energie. Toto je možné jedine v reálnej trojfázovej prenosovej sústave, či už impedančne symetrickej, alebo impedančne nesymetrickej so symetrickými, alebo nesymetrickými zdrojmi a záťažami, podľa nasledovných troch variantov:

- 1) V trojfázovej impedančne symetrickej PS (so symetrickými trojfázovými vedeniami), nesymetrickými trojfázovými zdrojmi a nesymetrickými trojfázovými záťažami, idú straty nesymetriou na vrub nesymetrie napájacích zdrojov a nesymetrie záťaží (odberov).
- 2) V trojfázovej impedančne nesymetrickej PS (s nesymetrickými trojfázovými vedeniami), symetrickými trojfázovými zdrojmi a symetrickými trojfázovými záťažami, idú straty nesymetriou na vrub (vlastnej) impedančnej nesymetrie PS, t.j. nesymetrických vedení.
- 3) V trojfázovej impedančne nesymetrickej PS (s nesymetrickými trojfázovými vedeniami) s nesymetrickými trojfázovými zdrojmi a nesymetrickými trojfázovými záťažami, idú straty nesymetriou na vrub (vlastnej) impedančnej nesymetrie PS, t.j. nesymetrických vedení, nesymetrie napájacích zdrojov aj nesymetrie záťaží (odberov).

Celkové straty nesymetriou môžeme následne rozdeliť na straty spôsobené impedančnou a prevádzkovou nesymetriou. Straty spôsobené impedančnou nesymetriou v nesymetrickej trojfázovej sústave sú rozdielom strát podľa bodu (3), mínus strát podľa bodu (1). Straty spôsobené prevádzkovou nesymetriou v nesymetrickej trojfázovej sústave sú rozdielom strát podľa bodu (3), mínus strát podľa bodu (2).

Celkové straty nesymetriou spôsobené impedančnou aj prevádzkovou nesymetriou v nesymetrickej trojfázovej sústave sú dané bodom (3).

Zatiaľ čo v symetrickej trojfázovej sústave komplexných fázorov (fázových) napätí $\bar{U}_A, \bar{U}_B, \bar{U}_C$ a komplexných fázorov (fázových) prúdov $\bar{I}_A, \bar{I}_B, \bar{I}_C$ existujú len ich súsledné zložky U_1, I_1 , tak obecné nesymetrická hviezda komplexných fázorov napätí a hviezda komplexných fázorov prúdov sa dá rozložiť na tri nulové zložky U_0, I_0 , tri symetrické (v symetrickej hviezde usporiadané) súsledné zložky U_1, I_1 a tri symetrické (v symetrickej hviezde usporiadané) spätné U_2, I_2 zložky fázorov napätí a prúdov.

To znamená, že ak sa zmerané, obvykle nesymetrické hviezdy troch komplexných fázorov napätí a troch komplexných fázorov prúdov rozložia na tri symetrické zložky: 0-nulovú, 1-súslednú a 2-spätnú, tak v ideálnom prípade na symetrickom trojfázovom prvku ES (napríklad na pravidelne zákutami symetrizovanom vonkajšom vedení) by boli len ich tri

súsledné zložky napätí U_1 v komplexnej rovine vzájomne pootočené o 120° a tri súsledné zložky prúdov I_1 v komplexnej rovine vzájomne pootočené o 120° . Vzájomné natočenie fázorových hviezd súsledných zložiek napätí a prúdov, pritom závisí od charakteru impedancie záťaže (odporová, indukčná, kapacitná).

Celkové straty na jednoduchom trojfázovom vonkajšom vedení sa vypočítajú z rozdielu stĺpcových vektorov s fázormi zdanlivých výkonov v jeho začiatočnom a koncovom uzle podľa rovnice (2.1):

$$\begin{bmatrix} \Delta^s \bar{S}_{A,B,C}^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \bar{S}_{A,B,C}^Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} s \bar{S}_{A,B,C}^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta^s \bar{S}_A^C \\ \Delta^s \bar{S}_B^C \\ \Delta^s \bar{S}_C^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \bar{S}_A^Z \\ s \bar{S}_B^Z \\ s \bar{S}_C^Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} s \bar{S}_A^K \\ s \bar{S}_B^K \\ s \bar{S}_C^K \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Celkové straty zdanlivého výkonu vo vetve ES (spôsobené vlastnou impedančnou nesymetriou skúmanej vetvy medzi dvoma susednými uzlami siete, ale aj nesymetrickým napájaním alebo odberom v nich, sú rozdielom obecné nesymetrických zdanlivých výkonov v začiatočnom a koncovom uzle, do ktorých je predmetná vetva siete zaústená.

Nesymetrický trojfázový zdanlivý výkon vypočítaný z uzlových veličín je v maticovom tvare odvodený v nasledovnej postupnosti krokov, pomocou komplexných synchronných fázorov: uzlových napätí, prúdov a zdanlivých výkonov, resp. ich súmerných zložiek.

Stĺpcový vektor $[U_{A,B,C}]$ (nerotujúcich fázorov uzlových napätí $\bar{U} = U_{ef} \cdot e^{j\varphi_u}$, t.j. konštantných zložiek rotujúcich fázorov $\bar{U} = U_{ef} \cdot e^{j(\varphi_u + \omega t)} = U_{ef} \cdot e^{j\varphi_u} \cdot e^{j\omega t} = \bar{U} \cdot e^{j\omega t}$) vo všeobecnosti nesymetrickej hviezdy fázových napätí $[U_{A,B,C}]$ v konkrétnom trojfázovom uzle siete, vyjadrený fázormi symetrických zložiek napätí $[U_{012}]$:

$$[\bar{U}_{A,B,C}] = [T][\bar{U}_{012}] \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{U}_A \\ \bar{U}_B \\ \bar{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{U}_0 \\ \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Stĺpcový vektor $[I_{A,B,C}]$ (nerotujúcich fázorov uzlových prúdov $\bar{I} = I_{ef} \cdot e^{j\varphi_i}$, t.j. konštantných zložiek rotujúcich fázorov $\bar{I} = I_{ef} \cdot e^{j(\varphi_i + \omega t)} = I_{ef} \cdot e^{j\varphi_i} \cdot e^{j\omega t} = \bar{I} \cdot e^{j\omega t}$) vo všeobecnosti nesymetrickej hviezdy fázových prúdov $[I_{A,B,C}]$ v konkrétnom trojfázovom uzle siete, vyjadrený fázormi symetrických zložiek prúdov $[I_{012}]$:

$$[\bar{I}_{A,B,C}] = [T][\bar{I}_{012}] \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_B \\ \bar{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Stĺpcový vektor $[S_{A,B,C}]$ (nerotujúcich fázor $\bar{S}_{A,B,C} = S_{ef,A,B,C} \cdot e^{j\varphi_S}$ zdanlivého výkonu t.j. konštantná zložka jeho rotujúceho fázora $\bar{S}_{A,B,C} = S_{ef,A,B,C} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_S)} = S_{ef,A,B,C} \cdot e^{j\varphi_S} \cdot e^{j\omega t} = \bar{S}_{A,B,C} \cdot e^{j\omega t}$) vo všeobecnosti nesymetrickej hviezdy troch fázových zdanlivých výkonov S_A, S_B, S_C , vyjadrený fázormi symetrických zložiek zdanlivého výkonu $[S_{012}]$:

$$\begin{aligned}
\bar{S}_{A,B,C} &= P_{A,B,C} + jQ_{A,B,C} = [\bar{U}_{A,B,C}]^T \cdot [\bar{I}_{A,B,C}^*] = ([\mathbf{T}][\bar{U}_{012}])^T \cdot ([\mathbf{T}][\bar{I}_{012}])^* = \\
&= [\bar{U}_{012}]^T \cdot [\mathbf{J}] \cdot [\bar{I}_{012}]^* = [\bar{U}_{012}]^T \cdot [\mathbf{T}]^T \cdot [\mathbf{T}]^* \cdot [\bar{I}_{012}]^* = \\
&= [\bar{U}_0 + \bar{U}_1 + \bar{U}_2] \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_0^* \\ \bar{I}_1^* \\ \bar{I}_2^* \end{bmatrix} = \\
&= 3\bar{U}_0\bar{I}_0^* + 3\bar{U}_1\bar{I}_1^* + 3\bar{U}_2\bar{I}_2^* = 3\bar{S}_0 + 3\bar{S}_1 + 3\bar{S}_2 = \\
&= 3(P_0 + jQ_0) + 3(P_1 + jQ_1) + 3(P_2 + jQ_2)
\end{aligned} \tag{2.4}$$

kde	$\bar{S}_{A,B,C}$	je	trojfázový nerotujúci fázor zdanlivého uzlového výkonu (v mieste merania, napr. na začiatku alebo konci vedenia) zložený z fázorov fázových A, B, C zdanlivých výkonov trojfázovej sústavy,
	$P_{A,B,C}$	-	wattová zložka $\bar{S}_{A,B,C}$, t.j.: $P_{A,B,C} = \text{Re}(\bar{S}_{A,B,C})$,
	$Q_{A,B,C}$	-	jalová zložka $\bar{S}_{A,B,C}$, t.j.: $Q_{A,B,C} = \text{Im}(\bar{S}_{A,B,C})$,
	$[\bar{U}_{A,B,C}]^T$	-	transponovaný stĺpcový vektor nerotujúcich fázorov troch fázových A,B,C napätí,
	$[\bar{I}_{A,B,C}^*]$	-	stĺpcový vektor konjugovaných nerotujúcich fázorov troch fázových A,B,C prúdov,
	$[\mathbf{T}]$	-	transformačná matica fázových veličín A,B,C na súmerné zložky veličín 0,1,2,
	$[\mathbf{T}]^T$	-	transponovaná transformačná matica,
	$[\mathbf{T}]^*$	-	konjugovaná transformačná matica,
	$[\bar{U}_{012}]$	-	matica súmerných zložiek (0-nulová, 1-súsledná, 2-spätaná) fázorov napätí,
	$[\bar{I}_{012}]$	-	matica súmerných zložiek (0-nulová, 1-súsledná, 2-spätaná) fázorov prúdov,
	$[\]^T [\]^*$	-	transponovaná a konjugovaná matica.

Celkové straty na nesymetrickom trojfázovom vonkajšom vedení $\Delta^N \bar{S}_{A,B,C}^C$ sú rozdielom zložiek 012 uzlových zdanlivých výkonov na jeho začiatku ${}^N \bar{S}_{A,B,C}^Z$ a konci ${}^N \bar{S}_{A,B,C}^K$ vedenia, alebo sumy trojnásobkov rozdielov zložiek zdanlivých výkonov 012 na začiatku a konci vedenia podľa rovnice (2.6):

$$\Delta^N \bar{S}_{A,B,C}^C = {}^N \bar{S}_{A,B,C}^Z - {}^N \bar{S}_{A,B,C}^K = 3(\bar{S}_0^Z - \bar{S}_0^K) + 3(\bar{S}_1^Z - \bar{S}_1^K) + 3(\bar{S}_2^Z - \bar{S}_2^K) \tag{2.6}$$

V celkových stratách na symetrickom (symetrizovanom) trojfázovom vonkajšom vedení nie je nulová zložka $3(\bar{S}_0^Z - \bar{S}_0^K)$ ani spätá zložka $3(\bar{S}_2^Z - \bar{S}_2^K)$ strát, ktoré idú na vrub impedančnej nesymetrie vonkajšieho vedenia. Preto sú straty na symetrickom vedení dané len rozdielom súsledných zložiek zdanlivých výkonov 1 na začiatku a konci vedenia podľa rovnice (2.7):

$$\Delta^S \bar{S}_{A,B,C}^C = {}^S \bar{S}_{A,B,C}^Z - {}^S \bar{S}_{A,B,C}^K = \bar{S}_1^Z - \bar{S}_1^K \tag{2.7}$$

Straty spôsobené impedančnou a prevádzkovou nesymetriou vonkajšieho trojfázového vedenia sú preto rozdielom strát na nesymetrickom a strát na symetrickom trojfázovom vonkajšom vedení, (ktoré idú na vrub nulových a spätých zložiek napätí, prúdov a uzlových výkonov) na jeho začiatku a konci podľa rovnice (2.8):

$$\begin{aligned}
\Delta \bar{S}_{\text{nesymetriou } A,B,C} &= \Delta^N \bar{S}_{A,B,C}^C - \Delta^S \bar{S}_{A,B,C}^C = \\
&= 3(\bar{S}_0^Z - \bar{S}_0^K) + 3(\bar{S}_1^Z - \bar{S}_1^K) + 3(\bar{S}_2^Z - \bar{S}_2^K) - 3(\bar{S}_1^Z - \bar{S}_1^K) = \\
&= 3(\bar{S}_0^Z - \bar{S}_0^K) + 3(\bar{S}_2^Z - \bar{S}_2^K) = \\
&= \text{Re} \{ 3(\bar{S}_0^Z - \bar{S}_0^K) + 3(\bar{S}_2^Z - \bar{S}_2^K) \} + \\
&\quad + j \cdot \text{Im} \{ 3(\bar{S}_0^Z - \bar{S}_0^K) + 3(\bar{S}_2^Z - \bar{S}_2^K) \} = \\
&= \Delta P_{\text{nesymetriou } A,B,C} + j \Delta Q_{\text{nesymetriou } A,B,C}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Nižšie uvedený postup sa použije na všetky monitorované časové priebehy troch fáz A, B, C uzlových napätí a prúdov. Celkové straty vo vonkajšom vedení a straty spôsobené jeho nesymetriou (ktoré idú na vrub vlastnej impedančnej aj prevádzkovej nesymetrie trojfázovej sústavy) sú sumou fázorov strát zdanlivých výkonov podľa rovnice (2.8) pre každú významnú harmonickú.

Synchronným monitorovacím systémom DEWE-571 sa počas zvoleného časového intervalu synchronne zosnímajú časové priebehy napätí a prúdov, na začiatku (Z) aj na konci (K) vonkajšieho vedenia (alebo obecné na vstupe a výstupe ľubovoľného prvku ES) $u_A^Z, u_B^Z, u_C^Z, i_A^Z, i_B^Z, i_C^Z, u_A^K, u_B^K, u_C^K, i_A^K, i_B^K, i_C^K$. Z nich sa dopočíta prúd tečúci uzemneným uzlom do zeme a rozdiel potenciálov na uzemnení príslušného uzla ES oproti zemi. Toto napätie by sa dalo priamo zmerať ako úbytok napätia na presnom odpore (bočníku) pripojenom medzi uzlom transformátora a zemou, ktorý sa nesmie za prevádzky rozpojiť. Predstavuje zdroj napätia príslušného uzla oproti zemi $U_Z=3 \cdot U_0$ v náhradnej schéme uzemňovacej siete, pri výpočte strát v nej. Prúd tečúci z uzla do zeme $I_Z=3 \cdot I_0$ sa dá priamo zmerať kliešťovým ampérmetrom. Monitorovanie uzlových veličín $U_Z=3 \cdot U_0$ a $I_Z=3 \cdot I_0$ dáva obraz o nesymetrii (o nulových zložkách napätia a prúdu) siete v jej konkrétnom meranom uzle.

Z časových priebehov napätí a prúdov na začiatku a na konci vedenia (obecné na vstupe a výstupe ľubovoľného prvku ES) sa urobia ich harmonické analýzy, ktorých výsledkom sú časové priebehy s fázovými posuvmi všetkých harmonických ($n=1, 2, 3, \dots$), ktoré sú v nich obsiahnuté.

Ďalšie výpočty sa urobia pre všetky, alebo len pre významné harmonické (napríklad tie, ktorých amplitúda je zvoleným %-percentom prvej harmonickej prúdu a napätia).

Za referenčný časový priebeh sa zvolí časový priebeh prvej harmonickej fázového napätia u_A^Z prvej fázy-A, na začiatku vonkajšieho vedenia, rovnako aj pre všetky ostatné zmerané časové priebehy napätí a prúdov prvej a vyšších harmonických ostatných fáz.

Fázové posuvy ostatných časových priebehov $u_{A,B,C}^Z, u_{A,B,C}^K, i_{A,B,C}^Z, i_{A,B,C}^K$ napätí, prúdov a ich vyšších harmonických (a teda aj natočenia ich fázorov v komplexnej rovine) sa odčítajú relatívne k priesečníku s časovou osou prvej harmonickej časového priebehu napätia fázy u_A^Z (v najbližšom mieste ich prechodu nulou s kladnou prvou deriváciou).

Za veľkosť fázora každej harmonickej napätia a prúdu sa považuje efektívna hodnota $X_{\text{ef}} = X_{\text{max}} / \sqrt{2}$ jej časového priebehu.

Výsledkom sú napísané synchronne fázory troch napätí a troch prúdov vo verzorovom tvare na začiatku aj konci vedenia.

Výpočet celkových strát a strát spôsobených nesymetriou sa urobí v cykle pre každú harmonickú ($n=1,2,3,\dots$), ktorá nie je v ďalších vzorcoch indexovaná) v nasledovných krokoch. Zo zmeraných časových priebehov (s obsahom vyšších harmonických) :

- napätí na začiatku $u_A^z(t), u_B^z(t), u_C^z(t)$ trojfázového vedenia,
- prúdov na začiatku $i_A^z(t), i_B^z(t), i_C^z(t)$ trojfázového vedenia,
- napätí na konci $u_A^k(t), u_B^k(t), u_C^k(t)$ trojfázového vedenia,
- prúdov na konci $i_A^k(t), i_B^k(t), i_C^k(t)$ trojfázového vedenia.

sa zistia ich fázory v komplexnej rovine vo verzorovom tvare a vyplnia sa z nich (maticové) riadkové a stĺpcové vektory:

- fázory (fázových) napätí na začiatku 3-f vedenia vo verzorovom tvare:

$$\bar{U}_A^z = U_{ef_A}^z \cdot e^{j\varphi_{uZ_A}}, \bar{U}_B^z = U_{ef_B}^z \cdot e^{j\varphi_{uZ_B}}, \bar{U}_C^z = U_{ef_C}^z \cdot e^{j\varphi_{uZ_C}}$$

a z nich zostavený riadkový vektor fázorov fázových napätí na začiatku trojfázového vedenia podľa rovnice (2.9):

$$\left[\bar{U}_{A,B,C}^z \right] = \left[\bar{U}_A^z \bar{U}_B^z \bar{U}_C^z \right] = \left[\left| \bar{U}_A^z \right| e^{j\varphi_{uZ_A}} \quad \left| \bar{U}_B^z \right| e^{j\varphi_{uZ_B}} \quad \left| \bar{U}_C^z \right| e^{j\varphi_{uZ_C}} \right] \quad (2.9)$$

- fázory (fázových) napätí na konci 3-f vedenia vo verzorovom tvare:

$$\bar{U}_A^k = U_{ef_A}^k \cdot e^{j\varphi_{uK_A}}, \bar{U}_B^k = U_{ef_B}^k \cdot e^{j\varphi_{uK_B}}, \bar{U}_C^k = U_{ef_C}^k \cdot e^{j\varphi_{uK_C}}$$

a z nich zostavený riadkový vektor fázorov fázových napätí na konci trojfázového vedenia podľa rovnice (2.10):

$$\left[\bar{U}_{A,B,C}^k \right] = \left[\bar{U}_A^k \bar{U}_B^k \bar{U}_C^k \right] = \left[\left| \bar{U}_A^k \right| e^{j\varphi_{uK_A}} \quad \left| \bar{U}_B^k \right| e^{j\varphi_{uK_B}} \quad \left| \bar{U}_C^k \right| e^{j\varphi_{uK_C}} \right] \quad (2.10)$$

- fázory (fázových) prúdov a ich konjugovaných hodnôt (*) na začiatku trojfázového vedenia vo verzorovom tvare (2.11):

$$\begin{aligned} \bar{I}_A^z &= I_{ef_A}^z \cdot e^{j\varphi_{iZ_A}}, \bar{I}_A^{*z} = I_{ef_A}^z \cdot e^{-j\varphi_{iZ_A}}, \\ \bar{I}_B^z &= I_{ef_B}^z \cdot e^{j\varphi_{iZ_B}}, \bar{I}_B^{*z} = I_{ef_B}^z \cdot e^{-j\varphi_{iZ_B}}, \\ \bar{I}_C^z &= I_{ef_C}^z \cdot e^{j\varphi_{iZ_C}}, \bar{I}_C^{*z} = I_{ef_C}^z \cdot e^{-j\varphi_{iZ_C}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

a z nich zostavené stĺpcové vektory fázorov (fázových) prúdov a ich konjugovaných hodnôt (*) na začiatku trojfázového vedenia vo verzorovom tvare podľa rovníc (2.13 a 2.14):

$$\left[\bar{I}_{A,B,C}^z \right] = \begin{bmatrix} \bar{I}_A^z \\ \bar{I}_B^z \\ \bar{I}_C^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left| \bar{I}_A^z \right| e^{j\varphi_{iZ_A}} \\ \left| \bar{I}_B^z \right| e^{j\varphi_{iZ_B}} \\ \left| \bar{I}_C^z \right| e^{j\varphi_{iZ_C}} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\left[\bar{I}_{A,B,C}^{*z} \right] = \begin{bmatrix} \bar{I}_A^{*z} \\ \bar{I}_B^{*z} \\ \bar{I}_C^{*z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left| \bar{I}_A^z \right| e^{-j\varphi_{iZ_A}} \\ \left| \bar{I}_B^z \right| e^{-j\varphi_{iZ_B}} \\ \left| \bar{I}_C^z \right| e^{-j\varphi_{iZ_C}} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

- fázory (fázových) prúdov a ich konjugovaných hodnôt (*) na konci trojfázového vedenia vo verzorovom tvare (2.14):

$$\bar{I}_A^k = I_{ef_A}^k \cdot e^{j\varphi_{iK_A}}, \bar{I}_A^{*k} = I_{ef_A}^k \cdot e^{-j\varphi_{iK_A}},$$

$$\bar{\mathbf{I}}_B^K = \mathbf{I}_{ef_B}^K \cdot e^{j\varphi_{iK_B}}, \bar{\mathbf{I}}_B^{K*} = \mathbf{I}_{ef_B}^K \cdot e^{-j\varphi_{iK_B}}, \quad (2.14)$$

$$\bar{\mathbf{I}}_C^Z = \mathbf{I}_{ef_C}^Z \cdot e^{j\varphi_{iZ_C}}, \bar{\mathbf{I}}_C^{*K} = \mathbf{I}_{ef_C}^K \cdot e^{-j\varphi_{iK_C}}$$

a z nich zostavené stĺpcové vektory fázorov, fázových prúdov a ich konjugovaných hodnôt na konci trojfázového vedenia vo verzorovom tvare podľa rovníc (2.15 a 2.16):

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{A,B,C}^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_A^K \\ \bar{\mathbf{I}}_B^K \\ \bar{\mathbf{I}}_C^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_A^K \cdot e^{j\varphi_{iK_A}} \\ \bar{\mathbf{I}}_B^K \cdot e^{j\varphi_{iK_B}} \\ \bar{\mathbf{I}}_C^K \cdot e^{j\varphi_{iK_C}} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{A,B,C}^{K*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_A^{K*} \\ \bar{\mathbf{I}}_B^{K*} \\ \bar{\mathbf{I}}_C^{K*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_A^K \cdot e^{-j\varphi_{iK_A}} \\ \bar{\mathbf{I}}_B^K \cdot e^{-j\varphi_{iK_B}} \\ \bar{\mathbf{I}}_C^K \cdot e^{-j\varphi_{iK_C}} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Z komplexných fázorov (fázových) napätí a prúdov sa vypočíta stĺpcový vektor fázorov (fázových) zdanlivých výkonov:

- na začiatku trojfázového vedenia podľa rovnice (2.17):

$$\begin{bmatrix} {}^N \bar{\mathbf{S}}_A^Z \\ {}^N \bar{\mathbf{S}}_B^Z \\ {}^N \bar{\mathbf{S}}_C^Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^N \bar{\mathbf{S}}_A^Z = {}^N \bar{\mathbf{U}}_A^Z \cdot \bar{\mathbf{I}}_A^{*Z} \\ {}^N \bar{\mathbf{S}}_B^Z = {}^N \bar{\mathbf{U}}_B^Z \cdot \bar{\mathbf{I}}_B^{*Z} \\ {}^N \bar{\mathbf{S}}_C^Z = {}^N \bar{\mathbf{U}}_C^Z \cdot \bar{\mathbf{I}}_C^{*Z} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

- na konci trojfázového vedenia podľa rovnice (2.18):

$$\begin{bmatrix} {}^N \bar{\mathbf{S}}_A^K \\ {}^N \bar{\mathbf{S}}_B^K \\ {}^N \bar{\mathbf{S}}_C^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^N \bar{\mathbf{S}}_A^K = {}^N \bar{\mathbf{U}}_A^K \cdot \bar{\mathbf{I}}_A^{*K} \\ {}^N \bar{\mathbf{S}}_B^K = {}^N \bar{\mathbf{U}}_B^K \cdot \bar{\mathbf{I}}_B^{*K} \\ {}^N \bar{\mathbf{S}}_C^K = {}^N \bar{\mathbf{U}}_C^K \cdot \bar{\mathbf{I}}_C^{*K} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Zdanlivý výkon obecně nesymetrického trojfázového vedenia sa vypočíta:

- na začiatku trojfázového vedenia podľa rovnice (2.19):

$$\begin{aligned} [{}^N \bar{\mathbf{S}}_{A,B,C}^Z] &= [\bar{\mathbf{U}}_{A,B,C}^Z]^T \cdot [\bar{\mathbf{I}}_{A,B,C}^{*Z}] = ([\mathbf{T}] \cdot [\bar{\mathbf{U}}_{012}^Z])^T \cdot ([\mathbf{T}] \cdot [\bar{\mathbf{I}}_{012}^Z])^* = [\bar{\mathbf{U}}_{012}^Z]^T \cdot [\mathbf{T}]^T \cdot [\mathbf{T}]^* \cdot [\bar{\mathbf{I}}_{012}^Z]^* = \\ &= [\bar{\mathbf{U}}_{012}^Z]^T \cdot [\mathbf{J}] \cdot [\bar{\mathbf{I}}_{012}^Z]^* = [\bar{\mathbf{U}}_0^Z + \bar{\mathbf{U}}_1^Z + \bar{\mathbf{U}}_2^Z] \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_0^{*Z} \\ \bar{\mathbf{I}}_1^{*Z} \\ \bar{\mathbf{I}}_2^{*Z} \end{bmatrix} = \\ &= 3\bar{\mathbf{U}}_0^Z \bar{\mathbf{I}}_0^{*Z} + 3\bar{\mathbf{U}}_1^Z \bar{\mathbf{I}}_1^{*Z} + 3\bar{\mathbf{U}}_2^Z \bar{\mathbf{I}}_2^{*Z} = 3\bar{\mathbf{S}}_0^Z + 3\bar{\mathbf{S}}_1^Z + 3\bar{\mathbf{S}}_2^Z = \\ &= 3(\mathbf{P}_0^Z + j\mathbf{Q}_0^Z) + 3(\mathbf{P}_1^Z + j\mathbf{Q}_1^Z) + 3(\mathbf{P}_2^Z + j\mathbf{Q}_2^Z) \end{aligned} \quad (2.19)$$

- na konci trojfázového vedenia podľa rovnice (2.20):

$$\begin{aligned}
\left[{}^N \bar{S}_{A,B,C}^K \right] &= \left[\bar{U}_{A,B,C}^K \right]^T \cdot \left[\bar{I}_{A,B,C}^{K*} \right] = \left(\left[\mathbf{T} \right] \left[\bar{U}_{012}^K \right] \right)^T \cdot \left(\left[\mathbf{T} \right] \left[\bar{I}_{012}^K \right] \right)^* = \left[\bar{U}_{012}^K \right]^T \cdot \left[\mathbf{T} \right]^T \cdot \left[\mathbf{T} \right]^* \cdot \left[\bar{I}_{012}^K \right]^* = \\
&= \left[\bar{U}_{012}^K \right]^T \cdot \left[\mathbf{J} \right] \left[\bar{I}_{012}^K \right]^* = \left[\bar{U}_0^K + \bar{U}_1^K + \bar{U}_2^K \right] \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_0^{K*} \\ \bar{I}_1^{K*} \\ \bar{I}_2^{K*} \end{bmatrix} = \\
&= 3\bar{U}_0^K \bar{I}_0^{K*} + 3\bar{U}_1^K \bar{I}_1^{K*} + 3\bar{U}_2^K \bar{I}_2^{K*} = 3\bar{S}_0^K + 3\bar{S}_1^K + 3\bar{S}_2^K = \\
&= 3(\mathbf{P}_0^K + j\mathbf{Q}_0^K) + 3(\mathbf{P}_1^K + j\mathbf{Q}_1^K) + 3(\mathbf{P}_2^K + j\mathbf{Q}_2^K)
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Rozkladom fázorovej hviezdy zdanlivých fázových výkonov v uzle na začiatku $\bar{S}_A^z \bar{S}_B^z \bar{S}_C^z$ aj na konci $\bar{S}_A^K \bar{S}_B^K \bar{S}_C^K$ trojfázového vedenia sa zistia zložky nulová (0), súsledná (1) a spätná (2) zdanlivého výkonu na začiatku $\bar{S}_0^z \bar{S}_1^z \bar{S}_2^z$ aj na konci $\bar{S}_0^K \bar{S}_1^K \bar{S}_2^K$ trojfázového vedenia, včleneného do obecnej trojfázovej sústavy či už symetrickej, alebo nesymetrickej. Z nich sa podľa rovníc (2.71) a (2.72) vypočíta rozdiel zdanlivých výkonov na začiatku $\left[{}^N \bar{S}_{A,B,C}^z \right]$ a na konci $\left[{}^N \bar{S}_{A,B,C}^K \right]$ obecně nesymetrickeho trojfázového vedenia, ktorý je rovný celkovým stratám na ňom $\left[\Delta {}^N \bar{S}_{A,B,C}^C \right]$ podľa rovnice (2.21):

$$\left[\Delta {}^N \bar{S}_{A,B,C}^C \right] = \left[{}^N \bar{S}_{A,B,C}^z \right] - \left[{}^N \bar{S}_{A,B,C}^K \right] = 3(\bar{S}_0^z - \bar{S}_0^K) + 3(\bar{S}_1^z - \bar{S}_1^K) + 3(\bar{S}_2^z - \bar{S}_2^K) \tag{2.21}$$

Uzlové straty nesymetriou v začiatčom a koncovom uzle obecně nesymetrickeho trojfázového vedenia získame súčtom nulovej a spätnej symetrickej zložky na začiatku a konci obecně nesymetrickeho trojfázového vedenia podľa vzťahu (2.22) a (2.23).

$$S_N^z = 3(S_0^z + S_2^z) \tag{2.22}$$

$$S_N^K = 3(S_0^K + S_2^K) \tag{2.23}$$

Výsledné straty nesymetrie na obecně nesymetrickom trojfázovom vedení získame podľa vzťahu (2.24) rozdielom uzlových strát nesymetriou v začiatčom a koncovom uzle obecně nesymetrickeho trojfázového vedenia.

$$\Delta S_N = S_N^z - S_N^K \tag{2.24}$$

Pritom pomer spätnej ku súslednej zložky (napätia a prúdu) je koeficient (napät'ovej, prúdovej) nesymetrie a pomer nulovej ku súslednej zložke (napätia, prúdu) je koeficient (napät'ovej, prúdovej) nevyváženosti.

$$\rho_U = \frac{U_1}{U_2} 100\%; \rho_I = \frac{I_1}{I_2} 100\% \tag{2.25}$$

$$\varepsilon_U = \frac{U_1}{U_0} 100\%; \varepsilon_I = \frac{I_1}{I_0} 100\% \tag{2.26}$$

2.2. Kvantifikácia strát elektrickej energie vplyvom nesymetrie na základe výsledkov synchronných meraní na jednoduchom elektrickom vedení

Na vybraných jednoduchých elektrických vedeniach boli uskutočnené synchronné merania za účelom kvantifikácie strát nesymetriou. Synchronné merania boli realizované fázorovými meracími prístrojmi umiestnenými na začiatku a konci meraného jednoduchého elektrického vedenia. Výsledky výpočtov pre jednotlivé napät'ové hladiny jednoduchých elektrických vedení 110, 220 a 400 kV sú uvedené nižšie. Pri každom meraní elektrického vedení je nutné poznať nasledovné parametre:

- typ vedenia,
- napät'ová hladina,
- dĺžka vedenia,
- typ fázového a zemného vodiča,
- geometrické rozloženie fázových vodičov na stožiaroch,
- typ a počet stožiarov,
- veľkosť prenášaného výkonu predmetným elektrickým vedením.

2.2.1. Straty nesymetrie na jednoduchom vonkajšom vedení 110 kV

Monitorované jednoduché elektrické vedenie 110 kV je dlhé 24, 586 km. Na vedení sú použité tri typy fázových vodičov AlFe 150/25, AlFe 240/39 a AlFe 185/31. Vedenie je zložené zo stožiarov typu Fi – úzky s celkovým počtom 103. Ako zemné lano je použitý vodič typu KZL (F506-325-024). Merania sa realizovali v mesiaci september v čase medzi 9:00 až 14:00 hod. za suchého slnečného počasia a priemernej teploty vzduchu 25 C°.

Na základe výsledkov môžeme konštatovať prítomnosť nesymetrie na monitorovanom jednoduchom elektrickom vedení. Priemerná hodnota strát nesymetrie ΔP_n získaná zo šiestich meraní je 4,105 kW čo je asi 2,67 % s celkových strát na predmetnom elektrickom vedení. Priemerná hodnota koeficientu napät'ovej nesymetrie neprekročila limitnú hodnotu 2%. Pohybovala sa v intervale hodnôt od 0,26 až 0,36 %.

2.2.2. Straty nesymetrie na jednoduchom vonkajšom vedení 220 kV

Monitorované jednoduché elektrické vedenie 220 kV je dlhé 78, 754 km. Na vedení je použitý fázový vodič typu 1 x 3 x 450 AlFe 6. Vedenie je zložené zo stožiarov typu Portal s počtom 245 a Stromček s počtom 12. Ako zemné laná sú použité vodiče typu AlFe 38/32, AlFe 42/25 a 70 Fe. Merania sa realizovali v mesiaci október v čase medzi 9:00 až 14:00 hod. za suchého slnečného počasia a priemernej teploty vzduchu 17 C°.

Na základe výsledkov môžeme konštatovať prítomnosť značnej nesymetrie na monitorovanom jednoduchom elektrickom vedení. Priemerná hodnota strát nesymetrie ΔP_n získaná zo šiestich meraní je 26,101 kW čo je asi 5,7 % s celkových strát na predmetnom elektrickom vedení. Priemerná hodnota koeficientu napät'ovej nesymetrie neprekročila limitnú hodnotu 2%. Pohybovala sa v intervale hodnôt od 0,41 až 0,49 %.

2.2.3. Straty nesymetrie na jednoduchom vonkajšom vedení 400 kV

Monitorované jednoduché elektrické vedenie 400 kV je dlhé 116, 376 km. Na vedení je použitý fázový vodič typu 1 x 3 x 3 x 350 AlFe 6. Vedenie je zložené zo stožiarov typu Portal s počtom 306. Ako zemné laná sú použité vodiče typu 185 AlFe 3 a 70 Fe. Merania sa realizovali v mesiaci október v čase medzi 9:00 až 14:00 hod. za vlhkého sychravého počasia a priemernej teploty vzduchu 14 C°.

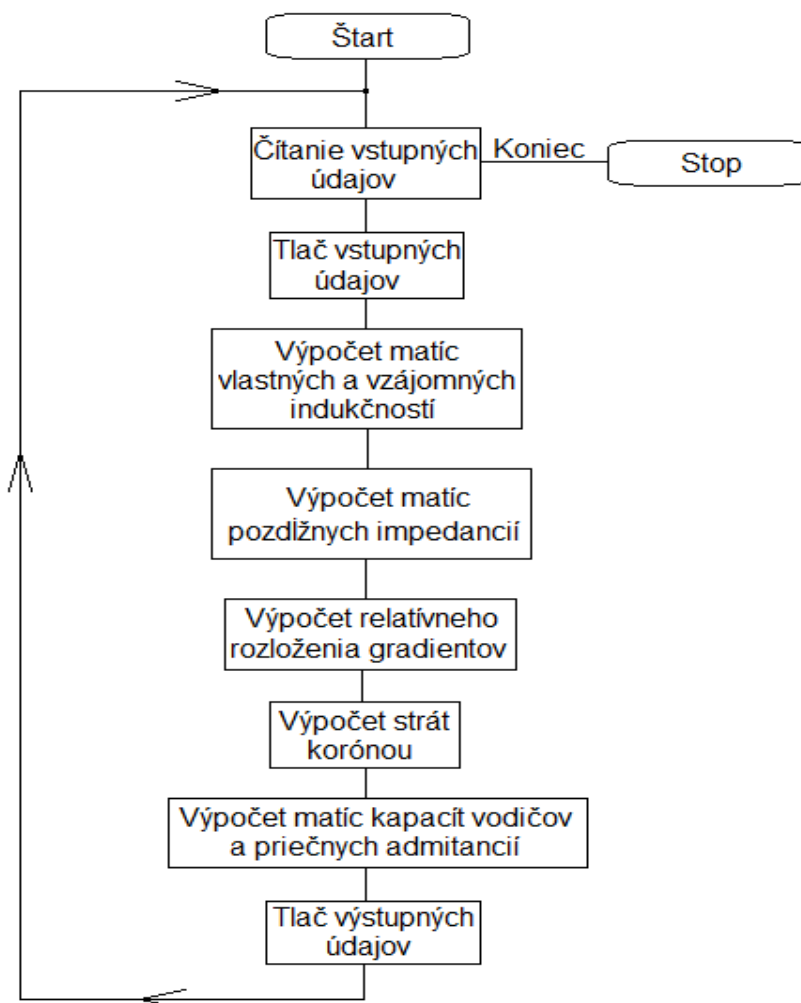
Na základe výsledkov môžeme konštatovať prítomnosť značnej nesymetrie na monitorovanom jednoduchom elektrickom vedení. Priemerná hodnota strát nesymetrie ΔP_n získaná zo šiestich meraní je 53,089 kW čo je asi 5,48 % s celkových strát na predmetnom elektrickom vedení. Priemerná hodnota koeficientu napät'ovej nesymetrie neprekročila limitnú hodnotu 2%. Pohybovala sa v intervale hodnôt od 0,37 až 0,57 %.

3. Elektrické parametre jednoduchých vonkajších vedení

Pri riešení stacionárnych a dynamických javov v elektrických sieťach je potrebné určiť meraním alebo výpočtom charakteristické elektrické a magnetické vlastnosti jednotlivých prvkov sietí, najmä však vonkajších elektrických vedení.

3.1. Výpočet elektrických parametrov vedenia na základe geometrického rozloženia na stožiaroch

Pre účely výpočtu elektrických parametrov vedenia na základe geometrického rozloženia na stožiaroch bol vytvorený softwarový nástroj v vhodnom programovacom jazyku. Vývojový diagram na základe, ktorého program pracuje je zobrazený na obr. 3.1.



obr. 3.1 Vývojový diagram programu

Vstupné údaje programu sú rozdelené do troch častí:

- údaje nezávislé na elektrickom vedení,
- údaje o elektrickom vedení,
- údaje o zemných lanách.

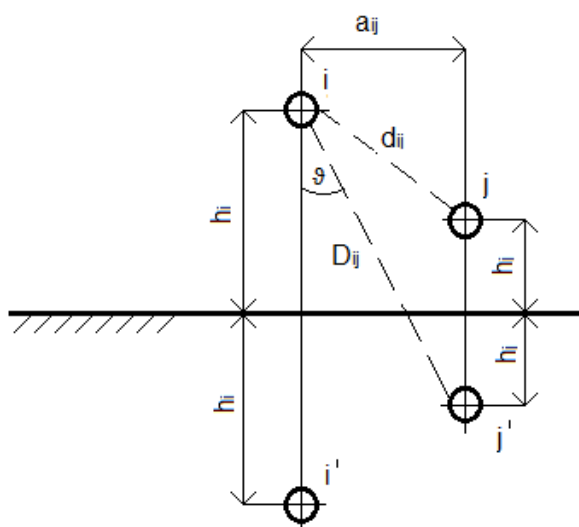
3.1.1. Matematický opis

Výpočet elektrických parametrov vedenia na základe geometrického rozloženia na stožiaroch sa realizuje na základe matematického opisu nasledovných parametrov:

- pozdĺžne parametre,
- priečne parametre,
- povrchový gradient na vodiči,
- straty korónou.

3.1.1.1. Pozdĺžne parametre

Vychádzame z geometrie vodičov n-vodičovej sústavy (obr.3.2)



obr. 3.2 Geometria vodičov

Potom prvky matice pozdĺžnych impedancií v sústave vodičov (fázových a zemných lán) $[Z^{ABC}]$ je [18]:

- Vlastné impedancie (diagonálne prvky)

$$Z_{ij}^{A,B,C} = \left[\frac{R_{vi}}{n_s} + \omega 0,0004P \right] + j \left[2 \ln \frac{2h_i}{r_{eli}} + 4Q \right] \omega 10^{-4} \quad (\Omega/\text{km}) \quad (3.1)$$

- kde
- | | | |
|-----------|----|--|
| i | je | číslo vodiča, |
| s | - | číslo systému, |
| R_{vi} | - | rezistancia lana (Ω/km), |
| n_s | - | počet lán vo zväzku systému s, |
| ω | - | kruhová frekvencia siete (1/s), |
| f | - | frekvencia siete (Hz), |
| P,Q | - | Carsonova korekcia impedancie na vplyv zeme v sústavách s uzemneným uzlom ($\omega/\text{s.cm}$), |
| h_i | - | výška vodičov nad zemou (m), |
| r_{eli} | - | ekvivalentný polomer vodiča (fázy, zemného vodiča), ktorý vyjadruje aj jeho vnútornú indukčnosť (m). |

Ekvivalentný polomer vodiča počítame pre [18]:

- Jednoduchý vodič Al, AlFe, Cu:

$$r_{eli} = gmr_i \quad (\text{m}) \quad (3.2)$$

- Zväzkový vodič Al, AlFe, Cu (pravidelný zväzok):

$$r_{e1i} = gmr_i n_s \sqrt[n_s]{\left(\frac{9s}{2gmr_i \sin(\pi/n_s)}\right)^{n_s-1}} \quad (\text{m}) \quad (3.3)$$

- Zemné laná Fe (jednoduché):

$$r_{e1i} = r_i e^{-\frac{\mu r}{4}} \quad (\text{m}) \quad (3.4)$$

3.1.1.2. Priechne parametre

V prvom kroku vypočítame maticu potenciálnych koeficientov $[p^{ABC}]$ pre jednotlivé prvky podľa [18]:

- diagonálne prvky

$$p_{ii}^{A,B,C} = \ln \frac{2h_i}{r_{e2i}} \quad (3.5)$$

kde h_i je výška vodiča nad zemou vid' obr.3.2,
 r_{e2i} - ekvivalentný polomer vodiča (fázový vodič, zemné lano), ktorý zahŕňa aj nerovnosť povrchu.

Ekvivalentný polomer vodiča počítame pre [18]:

- jednoduchý vodič podľa:

$$r_{e2i} = r_{ci} = r_i k_{HVi} \quad (3.6)$$

- zväzkový vodič (pravidelný zväzok) podľa:

$$r_{e2i} = r_{ci} n_s \sqrt[n_s]{\left(\frac{S_s}{2r_{ci} \sin \frac{\pi}{n_s}}\right)^{n_s-1}} \quad (3.7)$$

kde r_i je polomer opísanej kružnice lana,
 k_{HVi} - koeficient zohľadňujúci nerovnosť povrchu lana (pre hladký vodič je rovný 1),
 r_{ci} - kapacitnoekvivalentný polomer lana,
 n_s - počet lán vo zväzku systému s.

- mimodiagonálne prvky

$$p_{ii}^{A,B,C} = \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \quad (3.8)$$

kde D_{ij}, d_{ij} je vzdialenosť v zmysle podľa obr. 3.2.

Maticu kapacitných koeficientov $[C^{ABC}]$ dostaneme [18]:

$$C^{A,B,C} = [p^{A,B,C}]^{-1} = \frac{1}{k_p} [p^{A,B,C}]^{-1} = k_c [p^{A,B,C}]^{-1} \quad (3.9)$$

$$k_c = \frac{1}{k_p} = 55,6 \cdot 10^{-9} \quad (\text{F/km}) \quad (3.10)$$

Maticu kapacitných koeficientov $[C^{ABC}]$ dostaneme:

$$C_{ii}^{A,B,C} = \sum_{j=1}^{3N_s, N_2} C'_{ij}{}^{A,B,C} \quad (\text{F/km}) \quad (3.11)$$

$$C_{ij}^{A,B,C} = -C'_{ij}{}^{A,B,C}$$

Maticu kapacitných vodivostí dostaneme:

$$B^{A,B,C} = \omega [C'{}^{A,B,C}] \quad (\text{S/km; } 1/\text{s; F/km}) \quad (3.12)$$

Matica činných vodivostí $[G^{ABC}]$ (zvodov) je diagonálna matica. Zvod po izolátoroch možno zanedbať. K vodivostiam je možné pridať straty korónou, ktoré majú ohmický charakter. Potom platí [18]:

$$G_{ij}^{A,B,C} = \frac{P_{ks}}{U_s^2} 10^{-3} \quad (\text{S/km; kW/km; kV}) \quad (3.13)$$

kde P_{ks} je priemerné ročné straty korónou pre systém s,
 U_s - združené napätie systému s.

Matica priečných admitancií je definovaná:

$$[Y^{A,B,C}] = [G^{A,B,C}] + j[B_c^{A,B,C}] \quad (3.14)$$

3.1.1.3. Povrchový gradient na vodiči

Pre osamelý vodič je podľa zákonov elektrostatiky povrchový gradient vo všetkých smeroch rovnaký. Predpokladom je, že vodič je nekonečne dlhý a je umiestnený v nekonečne rozľahlom izotropnom prostredí bez iných nábojov. Tento predpoklad je dobre splnený v praxi pre vzdialené objekty, ktorých vzdialenosť je nepomerne väčšia ako rozmer vodiča. Pri zväzkových vodičoch tento predpoklad splnený nie je. Pri vytvorení zväzku sa elektrické pole v okolí vodiča deformuje a tým aj povrchový gradient. Charakteristické veličiny pre povrchový gradient sú [18]:

- Maximálny relatívny gradient $e_{\max i}$ (používa sa pri výpočte rušenia vedenia)
- Stredná hodnota relatívneho gradientu $e_{L1L2L3i}$ je vypočítaná z relatívneho rozloženia gradientu a je to integrálna veličina (používa sa pri výpočte strát korónou).

Jednotkový gradient na povrchu vodiča je definovaný pre osamelý vodič [18]:

$$E_{ii} = \frac{Q_1^{A,B,C}}{n_s r_{e2i}} \quad (\text{kV/cm; kV;-;cm}) \quad (3.15)$$

kde i je číslo vodiča,
 s - číslo systému,
 n_s - počet lán vo zväzku systému s,
 r_{e2i} - ekvivalentný polomer vodiča,
 $Q_1^{A,B,C}$ - náboj na vodiči.

Stredná hodnota gradientu na povrchu vodiča je definovaná vzťahom:

$$E_{A,B,Ci} = e_{A,B,Ci} E_{ii} \quad (\text{kV/cm, -, kV/cm}) \quad (3.16)$$

3.1.1.4. Straty korónou

Počiatkové napätie koróny systému s je definované nasledovne [18]:

$$U_{0s} = 18,19 \left(1 + \frac{0,299}{\sqrt{r_{e2s}}} \right) \text{ (kV/cm)} \quad (3.17)$$

Priemerné trojfázové ročné straty korónou systému s sú [18]:

$$P_{k_s} = \frac{(n_s r_{e2s})^2}{100} (t_p \xi_p + t_d \xi_d + t_i \xi_i + t_H \xi_H + t_s \xi_s) \quad (3.18)$$

$$\xi_p = \sum_{i=1}^3 10^{4,77 \left(\frac{E_{A,B,Ci}}{U_{0s}} \delta^{-\frac{2}{3}-0,97} \right)} \quad (3.19)$$

$$\delta = \frac{273 + 20}{273 +} * \frac{b}{760} \quad (3.20)$$

$$\xi_d = \sum_{i=1}^3 10^{5 \left(\frac{E_{A,B,Ci}}{U_{0s}} - 0,72 \right)} \quad (3.21)$$

$$\xi_i = \sum_{i=1}^3 10^{4,17 \left(\frac{E_{A,B,Ci}}{U_{0s}} - 0,62 \right)} \quad (3.22)$$

$$\xi_H = \sum_{i=1}^3 10^{5,25 \left(\frac{E_{A,B,Ci}}{U_{0s}} - 0,87 \right)} \quad (3.23)$$

$$\xi_s = \sum_{i=1}^3 10^{4,35 \left(\frac{E_{A,B,Ci}}{U_{0s}} - 0,89 \right)} \quad (3.24)$$

kde	ϑ	je	teplota vzduchu,
	b	-	barometrický tlak,
	t_p	-	percento pekného počasia,
	t_d	-	percento daždivého počasia,
	t_i	-	percento inovete,
	t_H	-	percento zahmleného počasia,
	t_s	-	percento snehu.

3.2. Elektrické parametre vedenia na základe geometrického rozloženia vodičov na stožiaroch

Výpočet elektrických parametrov na základe geometrického rozloženia vodičov na stožiaroch realizujeme pomocou vyššie spomenutého výpočtového programu. Pre zabezpečenie korektnej funkcionality programu je potrebné poznať nasledovné základné parametre skúmaného elektrického vedenia, ktoré sú:

- typ vedenia,
- napät'ová hladina,
- dĺžka vedenia,
- typ fázového a zemného vodiča,
- geometrické rozloženie fázových vodičov na stožiaroch,
- typ a počet stožiarov.

Výsledkom budú elektrické parametre príslušného elektrického vedenia v maticovom tvare v podobe vlastných a vzájomných indukčností, pozdĺžnych impedancií, kapacít a admitancií vodičov jednotlivých fáz A, B, C trojfázového systému príslušnej napäťovej úrovne.

3.2.1. Elektrické parametre jednoduchých vonkajšieho vedenia 110 až 400 kV

Výpočty elektrických parametrov predmetného vonkajšieho vedenia boli realizované po jednotlivých homogénnych úsekoch (medzi zmenami konfigurácií stožiarov na trase vedenia), pričom výsledné hodnoty z nich sú zosumarizované za každé príslušné celé vonkajšie vedenie medzi koncovými rozvodňami do, ktorých je jednoduché elektrické vedenie zaústené. Výpočet predmetného vonkajšieho vedenia sa opakoval toľko krát, na koľko homogénnych úsekov bolo príslušné vonkajšie vedenie rozdelené (110kV-7 úsekov, 220kV-6 úsekov, 400kV-7 úsekov). Výsledky výpočtov sú uvedené v tab. 3.1.

Tab. 3.1 Výsledky výpočtu elektrických parametrov vonkajšieho vedenia 110 kV

Vedenie	Dĺžka úseku vedenia	Fázové vodiče	Zemné laná	R_1 [Ω]	R_0 [Ω]	X_1 [Ω]	X_0 [Ω]	B_1 [μS]	B_0 [μS]
110 kV	24,5859 km	AlFe 240/39 AlFe 150/6 AlFe 185/31	0.506" OPGW	4,77	7,51	10,33	19,91	66,4	29,57
220 kV	78,754 km	450AlFe6	AlFe 38/32 70Fe	5,16	25,50	32,85	74,70	214,05	146,66
400 kV	116,376 km	350AlFe6	AlFe 180/59 OPGW 191/57 70Fe OPGW 133/39	3,34	20,33	35,38	91,80	444,07	309,69

3.3. Výpočet elektrických parametrov vedenia na základe monitoringu synchronných fázorov prúdov a napätí

S vývojom technológie PMU zariadení, poskytuje meranie synchronizovaných fázorov napätí a prúdov možnosť presnejšieho určenia (elektrických) parametrov vonkajšieho prenosového vedenia. Presná znalosť impedančných parametrov vonkajšieho prenosového vedenia smeruje k:

- zlepšeniu nastavenia ochrán,
- zlepšeniu lokalizácie miesta porúch po odznení poruchových udalostí, čo vedie k rýchlejšej obnove prevádzky prenosovej sústavy (elektrické vedenie nieje poskladané z viacerých druhov vodičov a stožiarov),
- zlepšeniu modelovania prenosových vedení z dôvodu simulácií ES v ustálenom chode ES,
- zisteniu či nie je model prenosového vedenia uvedený v centrálnej databáze v súlade s jeho modifikáciami akými sú: vloženie sériových kondenzátorov, predĺženie vedenia, výmena vodičov vedenia [8].

Na identifikáciu parametrov vonkajšieho prenosového vedenia je pomocou PMU meraní navrhnutých viacero metód medzi, ktoré patria:

- metóda jednoduchého merania,
- metóda dvojitého opakovaného merania,

- metóda viacnásobného merania využívajúca nelineárnu regresiu,
- metóda viacnásobného merania využívajúca lineárnu regresiu.

3.3.1. Metóda viacnásobného merania využívajúca lineárnu regresiu

Metóda, ktorá je menej citlivá na rušenie a je použiteľná aj v prípade, keď nie je vedenie transponované, je metóda viacnásobného merania využívajúca lineárnu regresiu. Táto metóda využíva opis pozdĺžnych parametrov modelu prenosového vedenia ako dvoj - bran. Formulácia problému zahŕňa impedančné parametre priamo použitím uzlovej analýzy popísanej rovnicami (3.25) a (3.26) [8].

$$\bar{I}_z - \bar{U}_z \cdot \frac{\bar{Y}}{2} + \bar{I}_k - \bar{U}_k \cdot \frac{\bar{Y}}{2} = 0 \quad (3.25)$$

$$\bar{U}_z - \bar{Z}(\bar{I}_z - \bar{U}_z \cdot \frac{\bar{Y}}{2}) - \bar{U}_z = 0 \quad (3.26)$$

$$\bar{Z} = R + jX_L \quad (3.27)$$

$$\bar{Y} = G + jB_C \quad (3.28)$$

Zlúčenie rovníc (3.25) a (3.26) a ich prepísaním do štyroch reálnych rovníc dostaneme [8]:

$$\begin{aligned} Re(U_z) - R \cdot Re(I_z) + X_L \cdot Im(I_z) - \frac{1}{2} \cdot G \cdot R \cdot Im(U_z) - \\ - \frac{1}{2} \cdot B_C \cdot X_L \cdot Re(U_z) - Re(U_z) = 0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} Im(U_z) - R \cdot Im(I_z) - X_L \cdot Re(I_z) + \frac{1}{2} \cdot G \cdot R \cdot Re(U_z) - \\ - \frac{1}{2} \cdot B_C \cdot X_L \cdot Im(U_z) - Im(U_z) = 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} Re(I_z) - \frac{1}{2} G \cdot Re(U_z) + \frac{1}{2} \cdot B_C \cdot Im(U_z) + Re(I_k) - \frac{1}{2} G \cdot Re(U_k) + \\ + \frac{1}{2} \cdot B_C \cdot Im(U_k) = 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} Im(I_z) - \frac{1}{2} G \cdot Im(U_z) - \frac{1}{2} \cdot B_C \cdot Re(U_z) + Im(I_k) - \frac{1}{2} G \cdot Im(U_k) \\ - \frac{1}{2} \cdot B_C \cdot Re(U_k) = 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Nech $x = [x_1, x_2, \dots, x_7, x_8]$ je vektor meraní a definuje nasledovné:

$$\begin{aligned} x_1 = Re(U_z); x_2 = Im(U_z); x_3 = Re(I_z); x_4 = Im(I_z) \\ x_5 = Re(U_k); x_6 = Im(U_k); x_7 = Re(I_k); x_8 = Im(I_k) \end{aligned}$$

Nech $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4]$ predstavuje vektor neznámych parametrov: R, X_L, G a B_C. Na základe rovníc (3.29) až (3.32) a definície x a θ definujeme nasledovné funkcie [8]:

$$f_1(x, \theta) = x_1 - \theta_1 \cdot x_5 + \theta_2 \cdot x_6 - \frac{1}{2} \theta_1 \cdot \theta_3 \cdot x_2 - \frac{1}{2} \theta_4 \cdot \theta_2 \cdot x_1 - x_3 \quad (3.33)$$

$$f_2(x, \theta) = x_2 - \theta_1 \cdot x_6 - \theta_2 \cdot x_5 + \frac{1}{2} \theta_1 \cdot \theta_3 \cdot x_1 - \frac{1}{2} \theta_2 \cdot \theta_4 \cdot x_2 - x_4 \quad (3.34)$$

$$f_3(x, \theta) = x_3 - \frac{1}{2} \theta_3 \cdot x_1 + \frac{1}{2} \theta_4 \cdot x_2 + x_7 - \frac{1}{2} \theta_3 \cdot x_5 + \frac{1}{2} \theta_4 \cdot x_6 \quad (3.35)$$

$$f_4(x, \theta) = x_4 - \frac{1}{2} \theta_3 \cdot x_2 - \frac{1}{2} \theta_4 \cdot x_1 + x_8 - \frac{1}{2} \theta_3 \cdot x_6 - \frac{1}{2} \theta_4 \cdot x_5 \quad (3.36)$$

Definujeme funkciu $F(x, \theta)$ ako vektorovú funkciu, ktorá je zložená z $f_1 \sim f_4$. Predpokladáme že je dostupných N vzoriek. $F(x, \theta)$ je definovaná rovnicou [8]:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1^1(x, \theta) \\ f_2^1(x, \theta) \\ f_3^1(x, \theta) \\ f_4^1(x, \theta) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_1^N(x, \theta) \\ f_2^N(x, \theta) \\ f_3^N(x, \theta) \\ f_4^N(x, \theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1^1 \\ \varepsilon_2^1 \\ \varepsilon_3^1 \\ \varepsilon_4^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_1^N \\ \varepsilon_2^N \\ \varepsilon_3^N \\ \varepsilon_4^N \end{bmatrix} = F(x, \theta) + \varepsilon \quad (3.37)$$

kde ε je zložka náhodnej chyby, o ktorej sa predpokladá, že jej stredná hodnota je nulová, ale má neznámu smerodajnú odchýlku.

Aby sa vyriešila rovnica (3.37) v zmysle metódy minima kvadratickej odchýlky, použijeme metódu lineárnej regresie. Riešenie možno dostať nasledovným iteračným postupom. V k -tej iterácii sú neznáme aktualizované ďalej nasledovnými rovnicami [8]:

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta\theta_k \quad (3.38)$$

$$\Delta\theta_k = (H^T \cdot H)^{-1} \cdot H^T [-F(x, \theta_k)] \quad (3.39)$$

kde θ_k je vektor premennej pred k -tou iteráciou,
 θ_{k+1} - vektor po k -tej iterácii,
 $\Delta\theta_k$ - aktualizovaný vektor pre k -tu iteráciu,
 H - Jakobiho matica $F(x, \theta)$ s rešpektovaním neznámej premennej θ .

Počiatkové hodnoty neznámych parametrov boli nastavené na odhadovanú hodnotu parametrov prenosového vedenia, vypočítaných pomocou klasickej metódy.

3.4. Elektrické parametre vedenia na základe monitoringu synchrónnych fázorov prúdov a napätí

Na vybraných jednoduchých elektrických vedeniach boli uskutočnené synchrónne merania za účelom kvantifikácie elektrických parametrov elektrického vedenia. Synchrónne merania boli realizované fázorovými meracími prístrojmi umiestnenými na začiatku a konci meraného jednoduchého elektrického vedenia za plnej prevádzky. Výsledky výpočtov pre jednotlivé napäťové hladiny jednoduchých vonkajších vedení 110, 220 a 400 kV sú uvedené nižšie v tab. 3.2.

Tab. 3.2 Prevádzkové parametre jednoduchých vonkajšieho vedení 110 až 400 kV

	Popis		Označenie	Prvky matice trojfázových základných parametrov na celú dĺžku elektrického vedenia								
				AA	AB	AC	BA	BB	BC	CA	CB	CC
110kV	Pozdĺžne parametre el. vedenia	Pozdĺžna impedancia	Z (Ω)	24,7975	8,03921	9,38303	8,03921	24,9408	8,03997	9,38303	8,03997	24,9408
		Rezistancia	R (Ω)	7,52259	2,13634	2,13644	2,13634	7,34175	2,04985	2,13644	2,04985	7,34175
		Indukčnosť	L (H)	0,05502	0,0188	0,02308	0,0188	0,05605	0,01908	0,02308	0,01908	0,05605
	Priečne parametre el. vedenia	Priečna admitancia	Y (μ S)	61,9402	8,52725	15,435	8,52725	61,6652	10,4882	15,435	10,4882	64,0121
		Konduktancia	G (μ S)	0,02679	1,31481	1,31259	1,31481	0,01918	4,66938	1,31259	4,66938	0,02926
		Kapacita	C (μ F)	0,19719	0,02297	0,04498	0,02297	0,19634	0,01853	0,04498	0,01853	0,20378
220 kV	Pozdĺžne parametre el. vedenia	Pozdĺžna impedancia	Z (Ω)	68,0107	21,3944	25,1893	21,3944	68,0107	25,1893	25,1893	25,1893	67,5222
		Rezistancia	R (Ω)	13,782	7,82828	8,12456	7,82828	13,782	8,12456	8,12456	8,12456	14,2737
		Indukčnosť	L (H)	0,1727	0,0432	0,05435	0,0432	0,1727	0,05435	0,05435	0,05435	0,16958
	Priečne parametre el. vedenia	Priečna admitancia	Y (μ S)	221,761	17,4908	37,7117	17,4908	221,761	40,4561	37,7117	40,4561	225,977
		Konduktancia	G (μ S)	0,21369	4,6123	4,64649	4,6123	0,21138	7,39092	4,64649	7,39092	0,31384
		Kapacita	C (μ F)	0,70565	0,04101	0,1053	0,04101	0,70565	0,1053	0,1053	0,1053	0,71876
400 kV	Pozdĺžne parametre el. vedenia	Pozdĺžna impedancia	Z (Ω)	75,2932	31,7725	25,834	31,773	73,062	30,523	25,834	30,523	72,905
		Rezistancia	R (Ω)	10,737	7,0858	6,8731	7,0858	10,951	7,0243	6,8731	7,0243	10,599
		Indukčnosť	L (H)	0,2056	0,0793	0,0609	0,0793	0,1978	0,0755	0,0609	0,0755	0,1984
	Priečne parametre el. vedenia	Priečna admitancia	Y (μ S)	455,57	78,25	77,58	78,25	464,81	97,14	77,8	97,14	455,57
		Konduktancia	G (μ S)	0,43292	11,124	11,049	11,124	0,6668	30,013	11,049	30,013	0,43641
		Kapacita	C (μ F)	1,4497	0,2156	0,2137	0,2156	1,4784	0,2156	0,2137	0,2156	1,4497

Vysvetlivky: 11, 22, 33 – diagonálne prvky matice trojfázových prevádzkových parametrov elektrického vedenia

12, 13, 21, 23, 31, 32 – mimodiagonálne prvky matice trojfázových prevádzkových parametrov elektrického vedenia

4. Porovnanie elektrických a prevádzkových parametrov elektrických vedení z hľadiska prevádzky ES

Na základe dosiahnutých výsledkov vyplýva, že je nevyhnutné rozlíšiť pojmy ako elektrické a prevádzkové parametre elektrického vedenia. Cieľom definície nových pojmov je rozdeliť základné parametre elektrických vedení pre prevádzkové a modelové (matematické) účely. Je to z dôvodu následného využitia základných parametrov elektrického vedenia v praxi.

4.1. Definovanie elektrických parametrov elektrického vedenia

Elektrické parametre elektrického vedenia rezistancia (R), indukčnosť (L) konduktanciu (G) a kapacitu (C) vyjadrujeme pomocou všeobecne známych matematických vzťahov vyplývajúcich z teoretickej elektrotechniky na základe geometrického rozloženia vodičov na stožiaroch. Na základe matematických vzťahov je možné vyjadriť elektrické parametre elektrického vedenia závislé od typu použitých fázových vodičov a zmeniacich lán, a ich geometrickej konfigurácie na stožiaroch konkrétneho typu. Elektrické parametre elektrického vedenia sú nezávislé od jeho prevádzkového stavu.

Elektrické parametre elektrického vedenia z vyššie uvedeného je možné definovať ako závislosť od geometrického usporiadania vodičov v korune stožiaru a elektrických a magnetických vlastností vzduchu.

Nóvvum v spôsobe výpočtu elektrických parametrov elektrického vedenia prinesie implementácia priemerných hodnôt počasia počas roka, v nasledovnom percentuálnom zastúpení (pekné počasie 90%, dážď 5%, inovať 0,3%, hmla 2,7%, sneženie 2%). Nemenej dôležitá je aj teplota vzduchu (20°C) a barometrický tlak (110,33 kPa). Priemerné percentuálne zastúpenie druhu počasia sú stanovené podľa príslušnej lokality, ktorou trasa elektrického vedenia prechádza. Implementácia zastúpenia druhu počasia do výpočtu, vedie k zrealneniu jeho výsledkov.

4.2. Definovanie prevádzkových parametrov elektrického vedenia

Prevádzkové parametre elektrického vedenia sa zistia metódou viacnásobného merania, ktorá využíva lineárnu regresiu na základe údajov získaných z monitoringu fázorových veličín v skutočnej prevádzke skúmaného elektrického vedenia. Hodnoty prevádzkových parametrov sú ovplyvnené nemalou mierou výkonom na vstupe elektrického vedenia a charakterom a veľkosťou záťaže na jeho konci. Prevádzkové parametre elektrického vedenia sa menia taktiež v závislosti od starnutia vodičov a izolátorov, dorastajúcimi priesečkami pod vedením, ale aj geologickými vlastnosťami a vlastnosťami podložia trasy vedenia. Podložie súvisí bezprostredne s veľkosťou merného odporu pôdy, skál, pozdĺž trasy vedenia a tým aj s veľkosťou rezistencie a zmenami elektrického odporu počas roka. Členitosť terénu ovplyvňuje kapacitu a susceptanciu vedenia. Oblasť znečistenia vplyva na znečistenie izolátorov a jeho priečnu konduktanciu, a starnutie vodičov a izolátorov vedie k pozdĺžnym nehomogenitám prevádzkových parametrov elektrického vedenia.

Prevádzkové parametre elektrického vedenia z vyššie uvedeného je možné definovať ako závislosť od vnútorných prevádzkových režimov vedenia, t.j. od výkonu na vstupe elektrického vedenia, typu a veľkosti záťaže, doby prevádzky a lokality umiestnenia elektrického vedenia (geologické vlastnosti a členitosť terénu).

4.3. Porovnanie metód kvantifikácie elektrických a prevádzkových parametrov elektrického vedenia

Geometrické rozloženie fáz na stožiaroch elektrického vedenia, elektrické a magnetické vlastnosti vzduchu, súbeh a križovanie elektrických vedení, vnútorné prevádzkové režimy vedenia (t.j. napájací výkon, typ a veľkosť záťaže), doba prevádzky a lokalita umiestnenia elektrického vedenia (geologické vlastnosti, členitosť terénu a lokálne počasie) to sú všetko faktory vplyvajúce na veľkosť základných parametrov elektrického vedenia. Podľa toho do akej miery je uvažované s jednotlivými vyššie

uvodenými faktormi v predmetnom spôsobe určenia základných parametrov elektrického vedenia (výpočtom, alebo meraním) je stanovená veľkosť rozdielu medzi nimi.

V predmetnej dizertačnej práci sú opísané dva spôsoby ako určiť základné parametre elektrického vedenia a to je buď výpočtom alebo meraním.

V prípade určenia základných parametrov elektrického vedenia výpočtom pomocou matematicko-fyzikálnych vzťahov elektrických vedení so sústredenými parametrami je uvažované s nasledujúcimi faktormi vplývajúcimi na veľkosť základných parametrov elektrického vedenia:

- geometrické rozloženie fáz na stožiaroch elektrického vedenia (podľa typu stožiara a napät'ovej úrovne elektrického vedenia),
- elektrické a magnetické vlastnosti vzduchu,
- priemerné hodnoty počasia za rok (podľa lokality umiestnenia elektrického vedenia).

V prípade určenia základných parametrov elektrického vedenia monitorovaním reálnej prevádzky pomocou synchronných fázorov metódou viacnásobného merania je uvažované s nasledujúcimi faktormi vplývajúcimi na veľkosť základných parametrov elektrického vedenia:

- súbeh a križovanie monitorovaného elektrického vedenia s inými elektrickými vedeniami,
- vnútorné prevádzkové režimy elektrického vedenia (t.j. výkon na vstupe elektrického vedenia, typ a veľkosť záťaže),
- doba prevádzky monitorovaného elektrického vedenia,
- lokalita umiestnenia elektrického vedenia (geologické vlastnosti a členitosť terénu),
- geometrické rozloženie fáz na stožiaroch elektrického vedenia (podľa typu stožiara a napät'ovej úrovne elektrického vedenia),
- elektrické a magnetické vlastnosti vzduchu,
- priemerné hodnoty počasia za rok (podľa lokality umiestnenia elektrického vedenia).

Na základe takto definovaných faktorov vplývajúcich na veľkosť základných parametrov elektrického vedenia a ich zatriedenie k jednotlivým spôsobom (metódam) určenia je zrejma príčina vzniku predpokladaných rozdielov (odchýlok) medzi nimi.

4.4. Metóda určenia elektrických a prevádzkových parametrov elektrického vedenia pre prevádzkové účely ES

Vonkajšie aj káblové vedenia tvoria prepojenia medzi uzlami (elektrickými stanicami) elektrizačnej sústavy. Základné parametre vonkajších vedení sú primárne veličiny v prípade výpočtov prevádzkových aj poruchových režimov vyskytujúcich sa v elektrizačnej sústave. Ide o výpočty ustáleného chodu, krátkodobého a vynúteného trvalejšieho preťažovania, skratov, statickej a dynamickej stability a prepätí jednak v uzloch, ale aj pozdĺž vetiev zauzlenej elektrizačnej sústavy s rôznymi napät'ovými hladinami vn, vvn a zvn.

Výpočty v ustálenom stave bezprostredne súvisia s prenosovou schopnosťou, (v podobe trvalej dovolenej prúdovej zaťažiteľnosti) a rozdelením tokov výkonu medzi uzlami elektrizačnej sústavy. Pre výpočty v ustálenom stave sú z hľadiska bezpečnej a ekonomickej prevádzky ES primárne zaujímavé uzlové napätia, ktoré určia potrebu rozmiestnenia kompenzačných prostriedkov indukčného alebo kapacitného charakteru v jej uzloch. Výpočty vetvových a uzlových veličín elektrizačnej sústavy na základe základných parametrov všetkých elektrických strojov, vedení a zariadení v prechodných a poruchových stavoch, sú dôležité z dôvodu udržania spoľahlivej a bezpečnej prevádzky ES.

Elektrické parametre slúžia v zásade pre výpočty prevádzkových veličín (napätia, prúdu, činného výkonu, jalového výkonu, zdanlivého výkonu a účinníka) v elektrizačnej sústave v akýchkoľvek prevádzkových režimoch, v štádiu projektovej prípravy. Historicky prekonalí vývoj hlavne v tom, že sa pre jednoduchosť počítali so zjednodušenými predpokladmi (1-fázová náhrada nereálnej symetrickej 3-fázovej siete). Pritom boli zanedbávané vzájomné medzifázové väzby elektrických parametrov R, L, G, C. Reálna 3-f sústava bola nahradená 1-fázovou s priemernými vlastnými (diagonálnymi) prvkami

matice elektrických parametrov, v ktorej nebolo možné skúmať napríklad indukované napätia a prúdy v súbežných fázových vodičoch vonkajšieho vedenia (takže napríklad po skončení práce na vypnutom 3-f vedení vvn a predčasnom odzemnení fázových vodičov, konkrétneho úseku vedenia na ktorom sa pracovalo viedlo k indukovaným napätiam zo súbežných vedení pozdĺž trasy vypnutého vedenia čo mohlo zapríčiniť vznik smrteľných úrazov). V prevádzke nemohol byť počítaný tlmiaci účinok vzájomných induktívnych a kapacitných medzifázových väzieb na amplitúdy skratových prúdov a prepätí.

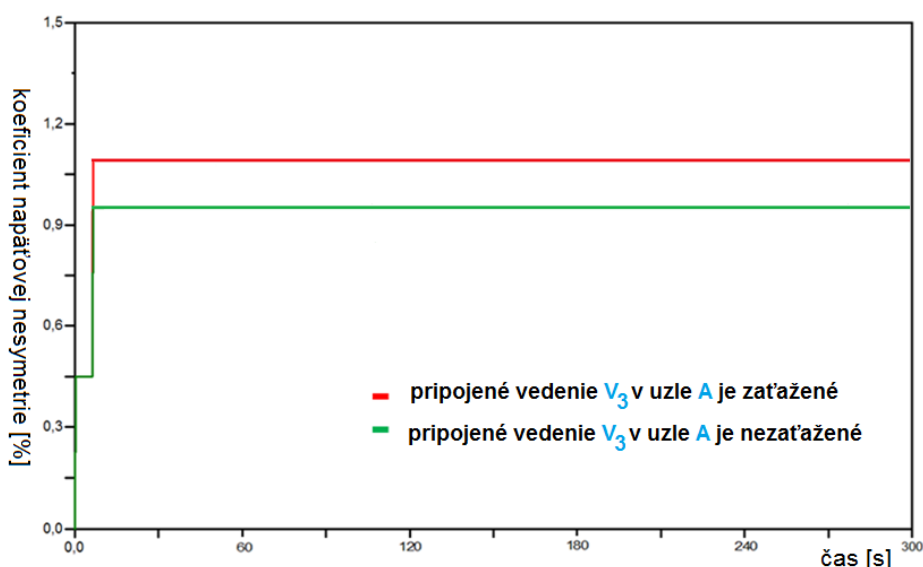
Tieto nepresnosti sa odstránia jedine reálnym opisom 3-f strojov a zariadení 3-f maticami $[R_{A,B,C}]$, $[L_{A,B,C}]$, $[G_{A,B,C}]$, $[C_{A,B,C}]$ naplnenými vlastnými (fázovými oproti zemi) a vzájomnými (medzifázovými medzi fázovými vodičmi) prevádzkovými parametrami vyjadrenými prostredníctvom synchronných meraní z reálnej prevádzky.

5. Prínosy pre prax

Aplikáciou modernej metódy monitorovania synchronných fázorov v ES je možné kvantifikovať elektrické straty vplyvom nesymetrie na jednoduchých (jednosystémových) elektrických vedeniach napäťovej úrovne 110 až 400 kV. Na základe určenia veľkosti týchto strát je možné navrhnúť praktické opatrenia na ich zníženie a prípadné eliminovanie.

Prvým spôsobom je využitie elektrického vedenia, ktoré je na jednom konci naprázdno a na druhom konci je napájané nabíjacím výkonom (nezaťažené). Je trvale alebo prechodne vyradené z prevádzky tak, že sa v príslušnom uzle ES pripojí k prípojniciam za účelom zvýšenia napätia v uzle pripojenia nezaťaženého vedenia. Zvýšenie napätia v uzle pripojenia sa dosiahne C parametrom nezaťaženého vedenia, ktorým tečú len kapacitné (nabíjacie) prúdy. V princípe sa jedná o reguláciu napätia pomocou jalového výkonu v uzle pripojenia nezaťaženého vedenia.

Možnosť využitia indukčnej reaktancie X a kapacitnej susceptancie B nezaťaženého vedenia na kompenzáciu uzlových napätí v uzle A prispieje k zníženiu koeficientu napäťovej nesymetrie v predmetnom uzle A o 8 %. Je možné konštatovať priaznivý vplyv pôsobenia indukčnej reaktancie X a kapacitnej susceptancie B nezaťaženého vedenia na kompenzáciu uzlových napätí (zníženie koeficientu napäťovej nesymetrie) v uzle, v ktorom je predmetné vypnuté elektrické vedenie pripojené (obr. 5.1).

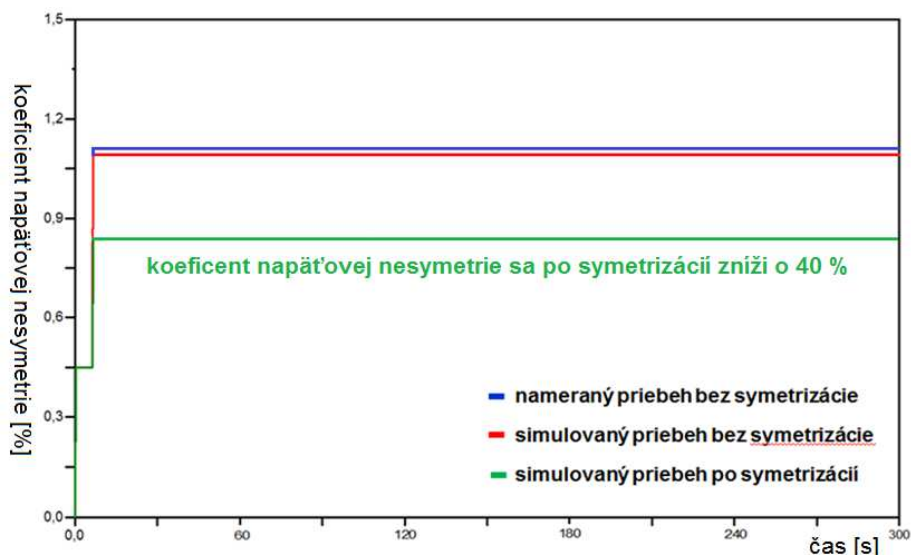


obr. 5.1 Zmena veľkosti koeficientu napäťovej nesymetrie po pripojení vypnutého vedenia do uzla A

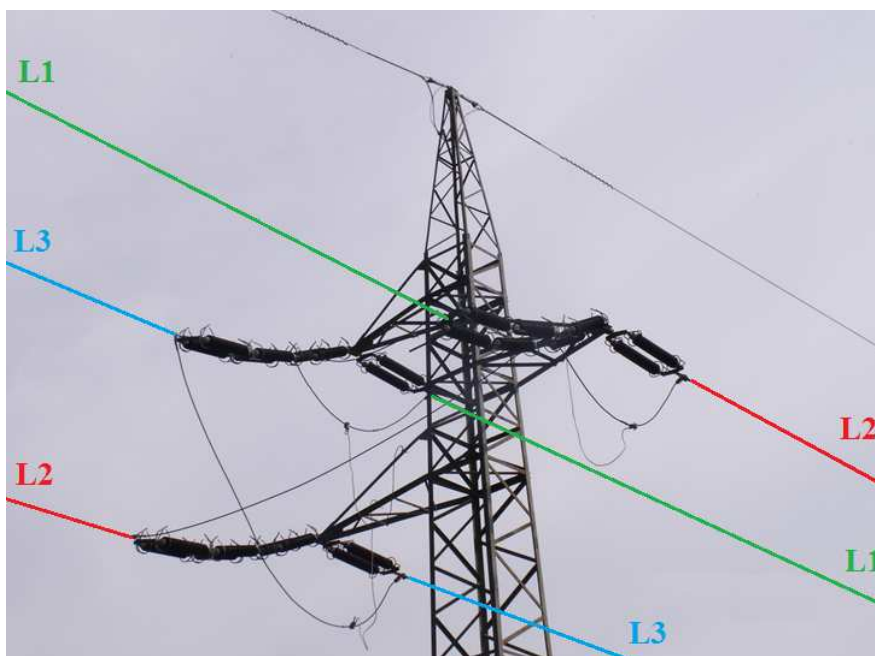
Druhým spôsobom kompenzácie elektrických strát vplyvom nesymetrie je zákrutom (transpozíciou) vodičov elektrického vedenia. Symetrizáciou zákrutmi na jednoduchých vonkajších vedeniach sa straty vplyvom nesymetrie znížia o 40% až 60%.

Napríklad ročné straty vplyvom nesymetrie ΔP_n [kW] jednoduchého vonkajšieho vedenia napäťovej úrovne 110 kV na základe prevádzkových záznamov a meraní sú 4,105 kW. Po symetrizácii predmetného jednoduchého vonkajšieho vedenia by jeho ročné straty nesymetriou ΔP_n [kW] klesli o 50% na hodnotu 2,053 kW (obr. 5.2).

Symetrizácia vonkajšieho elektrického vedenia podľa schémy zákrut typu „ α “ by v praxi bolo možné realizovať na troch kotevných stožiaroch podľa obr. 5.3. Veľkosť nákladov realizácie predmetnej symetrizácie je 5 000 € na jeden kotevný stožiar. Veľkosť nákladov za celé jednoduché vonkajšie vedenie, čiže na troch kotevných stožiaroch sa vyšplhá na 15 000 €. Investícia do symetrizácie jednoduchého vonkajšieho vedenia pri dnešných cenách elektrickej energie je rentabilná po desiatich rokoch svojej prevádzky.



obr. 5.2 Zníženie strát nesymetriou realizovaním zákrut na jednoduchom vonkajšom vedení 110 kV



obr. 5.3 Zákrut na jednoduchom kotevnom stožiare typu F

Aplikáciou modernej metódy monitorovania synchronných fázorov v ES je možné taktiež určiť prevádzkové parametre elektrických vedení. V bežnej praxi u prevádzkovateľov prenosových a distribučných sietí je možné použiť a aplikovať prevádzkové parametre elektrického vedenia, ktoré vychádzajú z hodnôt reálnej prevádzky. Na základe týchto parametrov je možné určiť, predikovať a lokalizovať prípadné poruchové stavy vyskytujúce sa v elektrizačnej sústave. Vytvorením databázy prevádzkových parametrov elektrických vedení elektrizačnej sústavy je možné zostrojiť trojfázový model ES, ktorý umožní utvoriť reálny obraz a prehľad o prevádzke elektrizačnej sústavy. Prioritným využitím prevádzkových parametrov je najmä nastavovanie elektrických ochrán v elektrických rozvodniach. Tie sa v bežnej praxi nastavujú na základe hodnôt základných parametrov vyjadrených výpočtom elektrických vedení s rovnomerne rozloženými parametrami (na základe geometrického rozloženia vodičov na stožiare).

Záver

Jednotlivé stanovené priority medzinárodného a národného výskumu v oblasti elektroenergetiky vyplývajúce z prijatých dokumentov vlády Slovenskej republiky a Rady Európskej Únie v oblasti zvýšenia energetickej efektívnosti je možné naplniť viacerými spôsobmi. Jednou s možností je aplikácia modernej metódy monitorovania synchronných fázorov striedavých sieťových veličín napätia a prúdu s vysokou vzorkovacou frekvenciou v najdôležitejších uzloch ES. Táto metóda umožňuje získať aktuálny a presnejší obraz o prevádzkových a poruchových stavoch v elektrizačnej sústave v reálnom čase. Tým je možné zvýšiť spoľahlivosť prevádzky (zvýšenie energetickej efektívnosti), rýchlosť lokalizácie a odstránenia prípadných porúch v elektrizačnej sústave.

Práve z týchto dôvodov bola dizertačná práca zameraná na kvantifikáciu strát elektrickej energie v dôsledku nesymetrie na vonkajších jednoduchých elektrických vedeniach a spôsobom ich odstránenia práve za účelom zvýšenia spoľahlivosti prevádzky elektrizačnej sústavy zvýšením účinnosti (energetickej efektívnosti) prenosu elektrickej energie.

Je dôležité poznať taktiež základné parametre elektrického vedenia. Presné impedančné parametre elektrického vedenia sú veľmi dôležité v prevádzke elektrizačnej sústavy pri všetkých systémových simuláciách, napríklad dynamickej stability, odhadu prevádzkových stavov a sú základom nastavovania ochrán. Parametre elektrického vedenia sú v súčasnosti stanovené na základe geometrie stožiarov, prierezu a zloženia lanových vodičov, skutočnej dĺžky vedenia, priehybu lanových vodičov v rozpätí medzi závesnými bodmi a iných skutočnosti. Tento spôsob určenia však zamlčuje dôležité fakty vplývajúce na presnosť stanovenia parametrov elektrického vedenia ako sú súbehy ďalších elektrických vedení v tesnej blízkosti, členitý terén, či rôzny odpor zeme.

Využitím metódy monitorovania synchronných fázorov striedavých sieťových veličín je možné stanoviť základné parametre elektrického vedenia v reálnom čase. Tieto parametre v sebe zahŕňajú hodnoty určené matematickými vzťahmi na základe geometrického rozloženia fázových vodičov v korune stožiara elektrického vedenia, avšak obohatené o zmlčané fakty už spomenuté vyššie. Tým je možné dosiahnuť lepšie nastavenie ochrán a prispieť tak k spoľahlivejšej prevádzke elektrizačnej sústavy. V neposlednom rade presnejším stanovením základných parametrov elektrického vedenia sa zvýši spoľahlivosť lokalizácie (rýchlosť, miesto a druh) prípadnej poruchy na elektrickom vedení.

Výber z použitej literatúry

- [1] Phadke, G., A., Thorp, J., S.: Synchronized Phasor Measurements and Their Applications, Springer Science – Business Media, LLC, ISBN: 978-0-387-765-35-8, USA, 2008
- [2] Singh, B., Sharma, K., N., Tiwari, N., A., Verma, S., K., Singh, N., S.: Applications of phasor measurement units (PMUs) in electric power system networks incorporated with FACTS controllers, International Journal of Engineering, Science and Technology Vol. 3, No. 3, 2011
- [3] Pogliano, U., Braun, P., J., Volj, B., Lapuh, R.: Software Platform for PMU Algorithms Testing, IEEE, 2012
- [4] Gavrilas, M.: Recent Advances and Applications of Synchronized Phasor Measurements in Power Systems, 9th WSEAS/IASME International Conference on ELECTRIC POWER SYSTEMS, HIGH VOLTAGES, ELECTRIC MACHINES, ISBN: 978-960-474-130-4
- [5] AL – Hammouri, T., A., Nordström, L., Chenine, M., Vanfretti, L., Honeth, N., Leelaruji, R.: Virtualization of Synchronized Phasor Measurement Units within Real – Time Simulators for Smart Grid Applications, IEEE PES General Meeting, 2012 (5)
- [6] http://www.dewesoft.com/download?file=dws71Tutorials20qp_RC.pdf
- [7] Lago, J. a kol.; Meranie a vyhodnocovanie napäťovej a prúdovej nesymetrie v PS SR a návrh opatrení na jej potlačenie; výskumná správa Elektrovod č. ELV32-6-00088
- [8] Di Shi: Utilizing synchrophasor technology to determine transmission line impedance parameters. Arizona State University, December 2009 USA
- [9] Di Shi, Tylavsky, D.J., Logic, N., Koellner, K.M.: Identification of short transmission - line parameters from synchrophasor measurements, Power Symposium, 2008. NAPS'08, 40th North American
- [10] Di Shi, Tylavsky, D.J., Koellner, M.K., Logic, N., Wheeler, D.E.: Transmission line parameter identification using PMU measurements, European Transactions on Electrical Power, Volume 21, pages 1574 - 1588, May 2011
- [11] Reváková, D., Eleshová, Ž., Beláň, A.: Prechodné javy v elektrizačných sústavách, Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2008, ISBN 978 - 80 - 227 - 2868 - 3
- [12] NATIONAL ENERGY TECHNOLOGY LABORATORY: Environmental Impacts of Smart Grid, DOE/NETL-2010/1428, USA, 2011
- [13] Technologies, 6-9 April 2008. DRPT 2008. Third International Conference
- [14] Reváková, D., Beláň, A., Eleshová, Ž.: Prenos a rozvod elektrickej energie, Vydavateľstvo STU, 2004
- [15] IEEE Std C37.118™ -2005, 22 March 2006, New York, USA
- [16] Eleshová, Ž., Beláň, A.: The Power System Steady-State Stability Analysis, EnergySpectrum. - ISSN 1214-7044. - Vol. 4, Iss. 2 (2009), s. 41-45
- [17] Beláň. A., Eleshová, Ž., Gašparovský, D.: Monitorovanie kvality elektrickej energie, ElektroFakty Roč. 1 (2007), č.1.s. 1-4 ISSN 1337-1010
- [18] Lago, J.: Teoretický rozbor návrhu vedení vvn a zvn; Interná správa VVZ Elektrovod 1988

Publikačná činnosť autora:

1. Lago, J.; Pavlov, L.; Savčák, M.; Kováč, J.: Magnetizačné straty v AlFe lanách vonkajších vedení vvn, zvn; 6th International Scientific Symposium ELEKTROENERGETIKA 2011 21 – 23. 9. 2011, Stará Lesná
2. Pavlov, L.; Lago, J.: Straty v oceľových lanových vodičoch typu AlFe; Vedecká konferencia "Zvyšovanie energetickej bezpečnosti v SR", 25 – 27. 1. 2012, Demänová
3. Lago, J.; Pavlov, L.: Comparison of EHV over head line cables from aspect of their steel core magnetization; 11th International Scientific Conference Energy-Ecology-Economy 2012 May 15-17, 2012 Tatranské Matliare
4. Pavlov, L.; Lago, J.: Monitoring of currents and voltages synchronous phasors as basic of smart grid management; Proceedings of the workshop Increase of energy safety of the slovak republic May 21-23, 2013 Tatranské Matliare
5. Pavlov, L.; Lago, J.: Analýza elektrických strát spôsobených nesymetriou na vedení pomocou PMU zariadení; 7th International scientific symposium ELEKTROENERGETIKA 2013 18 – 20. 9. 2013, Stará Lesná
6. Pavlov, L.; Lago, J.; Beláň, A.: Quantify the Electricity losses due unbalance by method of synchronous phasors monitoring; 12th International Scientific Conference Energy-Ecology-Economy 2014 May 20-22 2014, Tatranské Matliare
7. Lago, J., Pavlov, L., Savčák, M., Barniak, J.: Limits of allowed ampacity of EHV/UHV overhead lines with ACSR and ACCC conductors, in the specific climatic conditions of the Slovak Republic, CIGRÉ Seddion 2014, Ref. No. B2-305, Paris, 2014
8. Pavlov, L.; Beláň, A.: Method for monitoring synchronous phasors and its use in practice; 8th International Scientific Symposium ELEKTROENERGETIKA 2015 16 – 18. 9. 2015, Stará Lesná