

Ing. Peter Valach

ROBUSTNÉ RIADENIE LINEÁRNYCH SYSTÉMOV S PREPÍNANÍM

Autoreferát dizertačnej práce

Na získanie vedecko-akademickej hodnosti
philosophiae doctor, PhD.

v odbore doktorandského štúdia
9.2.7. Kybernetika

Bratislava 2016

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Ústave automobilovej mechatroniky Fakulty elektrotechniky a informatiky Slovenskej technickej univerzity v Bratislave.

Predkladateľ: **Ing. Peter Valach**
Ústav Automobilovej mechatroniky
Fakulta elektrotechniky a informatiky, STU v Bratislave
Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava

Školiteľ: **doc. Ing. Danica Rosinová, PhD.**
Ústav Automobilovej mechatroniky
Fakulta elektrotechniky a informatiky, STU v Bratislave
Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava

Oponenti: **prof. Ing. Boris Rohal'-Ilkiv, CSc.**
Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky
Strojnícka fakulta, STU v Bratislave
Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava

doc. Ing. Anna Filasová, CSc.
Katedra kybernetiky a umelej inteligencie
Fakulta elektrotechniky a informatiky, TU v Košiciach
Letná 9/B, 041 20 Košice

Autoreferát bol rozoslaný dňa:

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa: 11.2.2016 o 9:00 hod.,
na Fakulte elektrotechniky a informatiky STU v Bratislave, Ilkovičova 3, 812 19, Bratislava.

prof. Dr. Ing. Miloš Oravec
dekan FEI STU

Anotácia

Názov dizertačnej práce: Robustné riadenie lineárnych systémov s prepínaním

Kľúčové slová: Robustné riadenie, Systémy s prepínaním, Polytopický model, Beznárazové prepínanie, Obmedzenie akčného zásahu

Dizertačná práca sa venuje návrhu robustného riadenia hybridných systémov v diskkrétnej časovej oblasti. Hlavným cieľom práce je priniesť nové formy riešenia problémov týkajúcich sa riadenia hybridných systémov, konkrétne systémov s prepínaním, pričom sa využívajú formulácie lineárnych maticových nerovností (LMI). Výskum práce je rozdelený do troch hlavných oblastí. Riešenie problému návrhu robustného riadenia pre systémy s prepínaním za podmienok obmedzenia vstupnej veličiny využitím invariantných množín. Metóda návrhu robustného riadenia pomocou umiestnenia pólov uzavretého regulačného obvodu založená na LMI regiónoch stability. Úlohou je aproximovať nekonvexné oblasti ktoré vznikajú pri uvažovaní miery tlmenia v diskkrétnej časovej oblasti na konvexné oblasti v tvare kruhu a elipsy. Návrh beznárazového prepínania pre systémy s prepínaním, kde uvažujeme zostrojenie schémy neaktívnych regulátorov a modelov subsystémov predstavujúcich možný režim po prepnutí systému (možná zmena dynamiky systému).

Abstract

Thesis Title: Robust control of linear switched systems

Keywords: Robust control, Switched systems, Polytopic model, Bumpless, Input constraints

This thesis deals with robust control design of hybrid systems described in discrete-time domain. The main objective is to bring new methods to solve control problems dealing with hybrid systems, especially switched linear systems, where linear matrix inequalities (LMIs) are used. This work is composed of three main parts. First part concerns with solving robust control problem design considering constraints on input variables using invariant sets. Second part is focused on design of robust pole-placement control method based on LMI stability regions. The task is to approximate non-convex regions in the discrete-time domain obtained by considering damping of the system to convex regions bounded by circle or ellipse. The last part is dealing with design of bumpless transfer for switched linear systems, where design of new schemes for non-active controllers and non-active subsystem models (for each system mode) is considered.

Úvod

Predložená práca sa zaoberá možnosťami zaručenia robustnej stability a kvality pri riadení dynamických systémov s prepínaním a taktiež aj beznázorovým prepínaním. Zameriava sa na hybridné dynamické systémy s prepínaním opísané v diskkrétnej časovej oblasti.

Systémy s prepínaním sú triedou hybridných dynamických systémov. Možno ich nájsť v širokých odvetviach priemyslu a techniky, ale aj v biológii, chémii, či zdravotníctve.

Jedným z hlavných problémov v oblasti hybridných dynamických systémov je stabilita. Významnou a často využívanou metódou analýzy stability a robustnej stability je využitie Ljapunovovej funkcie, tento prístup možno využiť aj pre návrh robustného riadenia zaručujúceho robustnú stabilitu systému. Analýza stability je riešená pomocou Ljapunovovej a z nej bolo odvodených niekoľko ďalších metód pre riešenie stability hybridných systémov. V súčasnosti existuje viacero prístupov zaoberajúcich sa stabilitou hybridných systémov, napr. [6], [7], [12]-[19], [20], [22], [30].

Pri modelovaní reálnych dynamických systémov sa často dopúšťame chyby, keďže tieto systémy nie je možné opísať presnými matematickými rovnicami. Preto je potrebné uvažovať neurčitost' modelu. Predložená práca sa zaoberá neurčitým lineárnym dynamickým systémom definovaným v diskkrétnej časovej oblasti v stavovom priestore afínnym alebo polytopickým opisom.

Stabilita systému s definovanými neurčitost'ami sa nazýva robustná stabilita. Podmienka robustnej stability pri využití Ljapunovovej funkcie sa najčastejšie určuje v tvare kvadratickej stability alebo v tvare parametricky závislej kvadratickej stability. Tieto podmienky môžu byť pre neurčitý polytopický, alebo afínný systém zapísané vo forme lineárnych maticových nerovností (LMI).

Obsah predloženej práce je rozdelený do šiestich kapitol.

Prvá kapitola obsahuje prehľad problematiky robustného riadenia systémov s prepínaním. Je venovaná metódam návrhu robustného riadenia diskrétnych systémov s prepínaním pomocou statickej spätnej väzby. Problém spočíva v návrhu parametrov regulátora spätnoväzobného zosilnenia. Tento problém sa dá riešiť pomocou prístupu LMI. Pri návrhu riadenia systému pomocou stavovej spätnej väzby sa často môžeme stretnúť so situáciou, kedy nemáme k dispozícii vektor stavov, čo možno vyriešiť buď použitím rekonštruktora stavov, alebo pomocou spätnej väzby z výstupu. Návrh parametrov regulátora výstupnej spätnej väzby pomocou LMI je však komplikovaný vzhľadom na to, že riadenie cez výstupnú spätnú väzbu sa pre štrukturálne obmedzenia mení na nekonvexný problém. Použitím rôznych foriem linearizácie je možné takýto nekonvexný problém preformulovať na konvexný. V tejto časti práce je tiež uvedený spôsob, akým možno obmedziť vstupnú veličinu pomocou invariantných množín. Pri návrhu robustných regulátorov zaručujúcich okrem stability aj určité kvalitatívne vlastnosti, dané umiestnením pólov, možno využiť LMI regióny - \mathcal{D} a $\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ oblasť stability. Ďalším problémom vznikajúcim pri systémoch s prepínaním sú nežiaduce kmity na výstupe pri prepnutí režimu systému aj regulátora. V reálnych procesoch je potrebné takéto nežiaduce kmity odstraňovať, resp. potlačiť.

V kapitole 2 sa nachádzajú ciele dizertačnej práce.

Kapitoly 3 až 6 obsahujú dosiahnuté výsledky práce, ktoré boli publikované na domácich aj medzinárodných konferenciách.

Kapitola 3 obsahuje príklady hybridných systémov s prepínaním, ktoré boli použité ako prípadové štúdie pri aplikovaní navrhnutých postupov a metód riadenia. Opísaný je polytopický model dvoch nádrží s neurčitost'ami a polytopický model reálneho systému dvoch jednosmerných motorčekov.

Kapitola 4 opisuje spôsob návrhu robustného riadenia so spätnou väzbou od stavov aj od výstupu systému tak, aby sa rešpektovalo predpísané ohraničenia akčného zásahu, rozširuje sa existujúci prístup aj pre využitie v systémoch s prepínaním.

V kapitole 5 sa venujeme umiestneniu pólov pri návrhu robustného regulátora so spätnou väzbou od stavov systému. Zaoberáme sa aproximáciou nekonvexnej oblasti, ktorá vzniká pri uvažovaní miery tlmenia na konvexnú oblasť v tvare kruhu alebo elipsy. Pri aplikovaní na reálnom systéme je potrebné navrhnuť aj príslušný rekonštruktor stavov.

Záverečná kapitola 6 je venovaná beznárazovému prepínaniu. V tejto časti sú navrhnuté dva rôzne prístupy návrhu štruktúry riadiacich schém pre systémy s prepínaním. Obidve metódy boli navzájom porovnané a aplikované na reálnom systéme dvoch jednosmerných motorčekov.

V závere sú zhrnuté základné prínosy práce.

1 Problematika robustného riadenia systémov s prepínaním

1.1 Systémy s neurčitosťou

Pri modelovaní reálnych dynamických systémov sa nikdy nepodari získať presný matematický model. Riadiaci systém navrhnutý podľa matematického modelu v simuláciách môže dosahovať vysokú kvalitu riadenia a stabilitu, ale v reálnom svete tento systém môže spôsobovať nežiaduce kmitanie alebo nestabilitu. Rozdiel medzi matematickým modelom a reálnym systémom sa nazýva neurčitosť modelu. Typy opisov neurčitostí sú opísané napr. v [9].

Rozlišujeme dva základné typy neurčitostí, štruktúrovanú neurčitosť (daná nepresnosťou niektorých parametrov v systéme) a neštruktúrovanú neurčitosť (daná nepresnosťou v celej prenosovej matici systému). Pre naše účely uvažujeme neurčitý lineárny systém definovaný v diskretnej časovej oblasti v stavovom priestore afinným alebo polytopickým opisom (štruktúrovaná neurčitosť).

1.2 Analýza stability diskretných prepínaných systémov s neurčitosťou

Problém analýzy stability hybridných systémov nie je jednoduchý. V súčasnosti existuje mnoho vedeckých výskumov a výsledkov zaoberajúcich sa stabilitou hybridných systémov, napr. [12]-[19], [20]. Riešenie problémov stability a stabilizácie je jednou z najviac rozpracovaných oblastí výskumu. Stabilita je dôležitý pojem v teórii riadenia systémov. Dala by sa opísať ako nutná podmienka (nie postačujúca) pre správnu funkcie-schopnosť systému riadenia. Stabilný systém by pri malých poruchách a malých počiatkových odchýlkach od rovnovážneho stavu nemal výrazne meniť svoje správanie. Nestabilný systém treba najprv stabilizovať aby ho bolo možné ďalej riadiť. Keďže nestabilita systému riadenia môže byť jednou z príčin havárie riadeného systému, problém stability je základným problémom teórie riadenia.

Pre robustnú stabilitu systémov s neurčitosťou bola zavedená tzv. kvadratická stabilita, t.j. URO je stabilný v celom polytope, pre jednoduchú Ljapunovovu maticu [3], [21]. Nevýhodou kvadratickej stability je často prílišná prísnosť podmienok stability zapríčinená tým, že zabezpečuje stabilitu pre ľubovoľne rýchlu zmenu parametrov, kde je použitá jedna Ljapunovova funkcia pre testovanie stability cez celý kváder neurčitostí. V [1] je opísané využitie parametricky závislej Ljapunovovej funkcie.

1.2.1 Analýza stability systémov s prepínaním

Pre spojité systémy s prepínaním je stanovenie podmienok stability podstatne zložitejšie, v ďalšom sa sústreďujeme na časovo-diskrétny systémy s prepínaním.

Systém s prepínaním môže byť zapísaný v tvare:

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^N \xi_i(k) A_i x(k) \quad (1.1)$$

kde $i \in \mathcal{J}$, $\mathcal{J} = \{1, \dots, N\}$ a $\xi_i(k)$ je logická indikačná funkcia, ktorá indikuje, či je systém s prepínaním opísaný danou maticou.

Prepínacia Ljapunovova funkcia zodpovedajúca systému (1.1) je definovaná ako:

$$V(k, x(k)) = x(k)^T P(\xi(k)) x(k) = x(k)^T \left(\sum_{i=1}^N \xi_i(k) P_i \right) x(k) \quad (1.2)$$

kde matice P_i sú symetrické a pozitívne definitné.

Ak takéto matice existujú pre systém s prepínaním opísaný rovnicou (1.1) a platí že matica $\Delta V(k, x(k)) = V(k+1, x(k+1)) - V(k, x(k))$ je negatívne definitná, tak systém (1.1) je asymptoticky stabilný. Táto skutočnosť je obsahom nasledujúcej vety [11].

Ak by sme uvažovali aj s neurčitostami, tak model autonómneho systému s prepínaním (1.1) by sa zmenil na:

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^N \xi_i(k) \sum_{l(i)=1}^{M(i)} \alpha_{l(i),i}(k) A_{l(i),i} x(k), \quad (1.3)$$

kde index i predstavuje režim systému, $M(i)$ je počet vrcholov polytopickej oblasti neurčitostí daného subsystému a Ω_i predstavuje príslušný polytop pre daný subsystém.

$$\Omega_i = \left\{ (A_i(\alpha)) = \sum_{l(i)=1}^{M(i)} \alpha_{l(i)}(k) A_{l(i),i}, \alpha_{l(i)}(k) \geq 0, \sum_{l(i)=1}^{M(i)} \alpha_{l(i)}(k) = 1 \right\} \quad (1.4)$$

Pre takýto systém možno charakterizovať tzv. polykvadratickú stabilitu, [10]. Systém (1.3) bude polykvadraticky stabilný vtedy a len vtedy, ak existujú symetrické pozitívne definitné matice $S_{l(i),i}, \dots, S_{M,N}$ a matice príslušných rozmerov G_i, \dots, G_N , ktoré sú riešeniami parametricky závislej Ljapunovovej funkcie v podobe LMI:

$$\begin{bmatrix} G_i + G_i^T - S_{l(i),i} & (A_{l(i),i} G_i)^T \\ * & S_{l(j),j} \end{bmatrix} > 0, \forall (i, j) \in \mathcal{J} \times \mathcal{J}. \quad (1.5)$$

V zápise LMI (1.5) si možno všimnúť dvojité indexy prislúchajúce matici S . Je to dané tým, že z pohľadu jedného stavu uvažujeme parametricky závislú Ljapunovovu funkciu, kým v nasledujúcej podmienke uvažujeme kvadratickú Ljapunovovu funkciu pre každý režim systému.

Pre lokálnu polykvadratickú stabilitu, ktorá je výpočtovo menej náročná no zároveň viac obmedzujúca oproti (1.5), je kvadratická (z pohľadu jedného režimu) Ljapunovova funkcia určená nerovnicou v tvare LMI:

$$\begin{bmatrix} G_i + G_i^T - S_i & (A_{l(i),i} G_i)^T \\ * & S_j \end{bmatrix} > 0, \forall (i, j) \in \mathcal{J} \times \mathcal{J}, \quad (1.6)$$

kde matice P_i sú symetrické a pozitívne definitné.

1.3 Robustné riadenie

Robustné riadenie lineárnych systémov sa v poslednej dobe stalo často riešeným problémom, čo viedlo k návrhu viacerých prístupov na analýzu a riadenie neurčitých systémov.

Najväčší rozmach v teórii robustného riadenia vo frekvenčnej oblasti bolo objavenie Charitonovovej vety [2] v roku 1978 a Edge Theorem (veta o stabilite na hrane kvádra neurčitostí) [4]. Týmto bolo dokázané, že ak je zaručená stabilita na všetkých hranách kvádra neurčitostí, tak je aj celá množina

polynómov patriacich do tohto kvádra stabilná. O pár rokov neskôr bola uvedená Zovšeobecnená Charitonovova veta [5], ktorá udáva nutné a postačujúce podmienky robustnej stability URO.

Efektívne numerické prostriedky na riešenie LMI prispeli významnou mierou pri rozvoji metód robustného riadenia dynamických systémov opísaných v časovej oblasti [3], pritom aj niektoré prístupy robustného riadenia pochádzajúce z frekvenčnej oblasti sa formulujú pomocou LMI (H_2, H_∞). Základom formulácie problémov robustnej stability v tvare LMI je Ljapunovova teória stability [20] (kapitola 1.2). Sformulované LMI možno riešiť ako konvexný optimalizačný problém, na ktorý existujú efektívne výpočtové riešenia (solvery využívajúce metódu vnútorného bodu).

1.3.1 Robustné riadenie systémov s prepínaním

Jednou z oblastí robustného riadenia je robustné riadenie diskretných systémov pomocou statickej spätnej väzby s využitím LMI prístupu. Pri návrhu riadenia systému v stavovom priestore sa často môžeme stretnúť so situáciou, kedy nemáme k dispozícii stavový vektor. Tento problém možno vyriešiť buď použitím rekonštruktora stavov, alebo pomocou spätnej väzby z výstupu. No hlavný rozdiel medzi výstupnou a stavovou spätnou väzbou pri návrhu riadenia linearizovaného dynamického systému je v tom, že návrh stavovej spätnej väzby možno preformulovať na riešenie konvexného problému, no riadenie cez výstupnú spätnú väzbu sa pre štrukturálne obmedzenia mení na nekonvexný problém. Problém návrhu robustného riadenia potom možno sformulovať ako riešenie bilineárnych maticových nerovnic (BMI). Existujúce algoritmy riešiace BMI sú podstatne menej efektívne ako pre LMI, nakoľko ide o nekonvexné úlohy, kde sa podľa súčasných výsledkov nedá vo všeobecnosti zaručiť riešiteľnosť úlohy, resp. riešenie v rozumnom časovom horizonte. Preto sa problém spätnej väzby z výstupu často rieši rôznymi konvexnými aproximáciami, niektoré z možných procedúr sú opísané v ďalších kapitolách.

1.3.2 Návrh stavovej spätnej väzby pre prepínacie systémy s neurčitost'ou

Uvažujme nasledovný diskretný stavový model s prepínaním a neurčitost'ou, ktorým je možné opísať dynamiku systému s riadením:

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^N \xi_i(k) (A_i(\alpha)x(k) + B_i(\alpha)u(k)) \quad (1.7)$$

kde

$$[A_i, B_i] \in \Omega_i = \left\{ (A_i(\alpha), B_i(\alpha)) = \sum_{l(i)=1}^{M(i)} \alpha_{l(i)} [A_{l(i),i}, B_{l(i),i}], \alpha_{l(i)} \geq 0, \sum_{l(i)=1}^{M(i)} \alpha_{l(i)}(k) = 1 \right\}$$

kde A_i, B_i sú známe matice modelu systému príslušných rozmerov, parameter $i \in \mathcal{I}$ predstavuje diskretný stav systému, $l(i) \in \{1, 2, \dots, M(i)\}$ predstavuje vrchol v danom režime systému, $x(k) \in \mathbb{R}^n$ je stavový vektor a $u(k) \in \mathbb{R}^m$ je riadiaci vektor.

Veľa teoretických výsledkov pre stabilitu je založených na stavovom opise. Problém stabilizácie systémov s prepínaním pomocou stavovej spätnej väzby spočíva v návrhu parametrov regulátora vo forme:

$$u(k) = K_i x(k) \quad (1.8)$$

tak, aby bol systém (1.9) robustne stabilný.

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^N \xi_i(k) (A_i(\alpha)x(k) + B_i(\alpha)u(k)), \quad (1.9)$$

Vzťahy pre polykvadratickú stabilizáciu [10] možno odvodiť zavedením spätnej väzby $A_i(\alpha) + B_i(\alpha)K_i$ do podmienky stability zo vzťahu (1.5) a následnou linearizáciou - substitúciou ($R_i = K_i G_i$) sa dostávame k nasledujúcej podmienke stability uzavretého obvodu so stavovou spätnou väzbou, pričom táto podmienka je v tvare LMI pre neznáme matice:

$$\begin{bmatrix} G_i + G_i^T - S_{l(i),i} & (A_{l(i),i}G_i + B_{l(i),i}R_i)^T \\ * & S_{l(j),j} \end{bmatrix} > 0, \forall (i,j) \in \mathcal{J} \times \mathcal{J}, \quad (1.10)$$

kde $S_{l(i),i}, \dots, S_{M,N}$ sú neznáme symetrické pozitívne definitné matice, G_i, \dots, G_N a R_i, \dots, R_N sú neznáme matice príslušných rozmerov. Parametre i, j určujú režimy systému.

Spätnoväzobné zosilnenie je potom dané vzťahom $K_i = R_i G_i^{-1}$.

Lokálna polykvadratická stabilizácia je opísaná úpravou predchádzajúcej polykvadratickej stabilizácie, ktorá uvažovala samostatnú maticu Ljapunovovej funkcie ku každému vrcholu všetkých subsystemov. Toto má za následok náročné matematické výpočty (počet lineárnych maticových nerovnic je daný násobkom počtu vrcholov oblasti polytopu neurčitostí pri každom možnom prepnutí režimov) čo kvôli zjednodušeniu úlohy vedie k zavedeniu kritéria pre lokálnu polykvadratickú stabilizáciu. Táto je síce viacej obmedzujúca, ale na druhej strane je výpočtovo menej náročná, počet maticových nerovnic je daný súčtom počtu vrcholov oblasti polytopu neurčitostí pri každom možnom prepnutí režimov. Jej vyjadrenie získame zavedením spätnej väzby $A_i(\alpha) + B_i(\alpha)K_i$ do podmienky (1.6) v tvare LMI:

$$\begin{bmatrix} G_i + G_i^T - S_i & (A_{l(i),i}G_i + B_{l(i),i}R_i)^T \\ * & S_j \end{bmatrix} > 0, \forall (i,j) \in \mathcal{J} \times \mathcal{J} \quad (1.11)$$

kde S_i, \dots, S_N sú symetrické pozitívne definitné matice, G_i, \dots, G_N a R_i, \dots, R_N sú matice príslušných rozmerov. Parametre i, j určujú režimy systému.

Spätnoväzobné zosilnenie je definované ako $K_i = R_i G_i^{-1}$.

Treba si všimnúť, že uvedený, pomerne jednoduchý prístup k návrhu robustného riadenia pre stavovú spätnú väzbu neumožňuje zovšeobecnenie pre riešenie LQ problému (rozšírenie o zložku prislúchajúcu kritériálnej funkcii znemožní uvedenú substitúciu).

1.3.3 Návrh výstupnej spätnej väzby pre prepínacie systémy s neurčitost'ou

Uvažujme neurčitý prepínací systém opísaný v tvare:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \sum_{i=1}^N \xi_i(k) (A_i(\alpha)x(k) + B_i(\alpha)u(k)) \\ y(k) &= \sum_{i=1}^N \xi_i(k) C_i x(k) \end{aligned}, \quad (1.12)$$

kde

$$[A_i, B_i] \in \Omega_i = \left\{ (A_i(\alpha), B_i(\alpha)) = \sum_{l(i)=1}^{M(i)} \alpha_{l(i)} [A_{l(i),i}, B_{l(i),i}], \alpha_{l(i)} \geq 0, \sum_{l(i)=1}^{M(i)} \alpha_{l(i)}(k) = 1 \right\}$$

kde $A_i(\alpha), B_i(\alpha), C_i$ sú známe matice modelu systému príslušných rozmerov, parameter $i \in \mathcal{J}$ predstavuje diskretný stav systému, $l(i) \in \{1, 2, \dots, M(i)\}$ predstavuje vrchol v danom režime systému, $x(k) \in \mathbb{R}^n$ je stavový vektor a $u(k) \in \mathbb{R}^m$ je riadiaci vektor.

Problém stabilizácie systémov s prepínaním pomocou výstupnej spätnej väzby spočíva v návrhu regulátora v tvare:

$$u(k) = K_i y(k) \quad (1.13)$$

tak, aby bol systém (1.14) so spätnou väzbou z výstupu robustne stabilný.

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^N \xi_i(k) (A_i(\alpha)x(k) + B_i(\alpha)K_i C_i x(k)) \quad (1.14)$$

Polykvadratickú stabilizáciu cez statickú výstupnú spätnú väzbu možno opísať zavedením $A_i(\alpha) + B_i(\alpha)K_i C_i$ do podmienky (1.5). No tu sa dostávame k problému, pretože sa nedá použiť substitúcia ako pri stavovej spätnej väzbe. Podmienka stability pre výstupnú spätnú väzbu bude mať tvar:

$$\begin{bmatrix} G_i + G_i^T - S_{l(i),i} & (A_{l(i),i}G_i + B_{l(i),i}K_i C_i G_i)^T \\ * & S_{l(j),j} \end{bmatrix} > 0, \forall (i, j) \in \mathcal{J} \times \mathcal{J} \quad (1.15)$$

Neznáme matice K a G nie je možné nahradiť a vyriešiť LMI. Preto je možné pridať ohraničenie, ktorým sa dá (1.15) linearizovať, t.j. upraviť $B_{l(i),i}K_i C_i G_i$ na $B_{l(i),i}K_i V_i C_i$ a následnou lineárnou náhradou premenných $K_i V_i = U_i$ sa dostávame k výsledku v tvare LMI:

$$\begin{bmatrix} G_i + G_i^T - S_{l(i),i} & (A_{l(i),i}G_i + B_{l(i),i}U_i C_i)^T \\ * & S_{l(j),j} \end{bmatrix} > 0, \forall (i, j) \in \mathcal{J} \times \mathcal{J} \quad (1.16)$$

$$V_i C_i = C_i G_i$$

kde $S_{l(i),i}, \dots, S_{M,N}$ sú symetrické pozitívne definitné matice, G_i, \dots, G_N a U_i, \dots, U_N sú matice príslušných rozmerov, V_i, \dots, V_N je regulárna matica príslušných rozmerov. Parametre i, j určujú režimy systému.

Spätnoväzobné zosilnenie je dané ako

$$K_i = U_i V_i^{-1}. \quad (1.17)$$

Použitým ohraničením sme obmedzili oblasť riešenia LMI, t.j. ak existuje riešenie pôvodnej podmienky (1.15), riešenie (1.16) nemusí existovať.

Lokálna polykvadratická stabilizácia je opísaná v tvare LMI (1.18) aplikovaním $A_i(\alpha) + B_i(\alpha)K_i C_i$ do podmienky (1.6).

$$\begin{bmatrix} G_i + G_i^T - S_i & (A_{l(i),i}G_i + B_{l(i),i}U_i C_i)^T \\ * & S_j \end{bmatrix} > 0, \forall (i, j) \in \mathcal{J} \times \mathcal{J} \quad (1.18)$$

$$V_i C_i = C_i G_i$$

Opäť ako v predchádzajúcej LMI forme sú prvky rovnakých rozmerov a statické zosilnenie regulátora vo výstupnej spätnej väzbe sa vypočíta ako $K_i = U_i V_i^{-1}$. Taktiež aj tu bolo použité ohraničenie a preto sa obmedzila oblasť riešenia daného systému.

Tak ako v predchádzajúcom prípade substitúcie pri stavovej spätnej väzbe, ani tu nemožno uvedený prístup využiť pre riešenie LQ problému, kde sa okrem stability uvažuje aj kvadratické kritérium kvality.

Ďalší prístup návrhu výstupnej spätnej väzby pre neurčité systémy s prepínaním je opísaný v [25]. Okrem robustnej stability sa tu uvažuje aj garantovaná hodnota kvadratického kritéria kvality.

1.4 LMI regióny/oblasti

LMI regióny predstavujú konvexnú podmnožinu stabilnej oblasti v komplexnej rovine [23], [29]. Sú vhodné pri probléme návrhu riadenia systému s neurčitostami formulovaného pomocou LMI, kde umiestnením pólov URO do predpísanej oblasti možno okrem stability zaručiť aj požiadavky na kvalitu. V tejto časti nadväzujeme na výsledky práce [32].

Ľavá polovina komplexnej roviny charakterizuje oblasť stability pre spojitú časovú oblasť a pre diskretnú časovú oblasť je to jednotková kružnica. Za účelom zlepšenia kvality regulácie možno tieto oblasti upraviť napr. posunutím polroviny komplexnej roviny smerom doľava, kónický sektor v ľavej polrovine so stredom v bode (0,0) alebo kruh s rôznym polomerom a stredom v bode (?,0).

Keďže sa v práci venujeme diskretnéj časovej oblasti, tak aj pozornosť v rámci LMI oblastí bude zameraná na využitie pre diskretnú časovú oblasť.

1.4.1 \mathcal{D} -oblasť stability

Definícia 1.3 [29] LMI \mathcal{D} -oblasť je definovaná ako podmnožina komplexnej roviny \mathbb{C} opísaná ako:

$$\mathcal{D} = \{z \in \mathbb{C} : R_{11} + R_{12}z + R_{12}^T z^* < 0\}, \quad (1.19)$$

kde $R_{11} = R_{11}^T \in \mathbb{R}^{d \times d}$ a $R_{12} \in \mathbb{R}^{d \times d}$.

Charakteristická funkcia \mathcal{D} -oblasti je definovaná vzťahom:

$$f_{\mathcal{D}}(z) = R_{11} + R_{12}z + R_{12}^T z^*. \quad (1.20)$$

Nasledujúca veta určuje nevyhnutné a postačujúce podmienky pre umiestnenie pólov matice A v \mathcal{D} oblasti.

Veta Matice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je \mathcal{D} -stabilná vzhľadom na \mathcal{D} -oblasti vtedy a len vtedy, ak existuje taká symetricky pozitívne definitná matice $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ že platí vzťah (1.21). [33]

$$M_{\mathcal{D}}(A, P) = R_{11} \otimes P + R_{12} \otimes (PA) + R_{12}^T (A^T P) < 0 \quad (1.21)$$

Typickou LMI oblasťou pre diskretnú časovú oblasť je kruh s polomerom r a stredom v bode $(-q, 0)$. Môže byť definovaný ako sektor s charakteristickou funkciou:

$$f_{\mathcal{D}}(z) = \begin{bmatrix} -r & q + z \\ q + z^* & -r \end{bmatrix} < 0, \quad (1.22)$$

ktorú vyjadrujú matice $R_{11} = \begin{bmatrix} -r & q \\ q & -r \end{bmatrix}$ a $R_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Postačujúca podmienka \mathcal{D} -stability pre skalárne hodnoty parametrov r_{11}, r_{12}, r_{22} je formulovaná v nasledujúcej vete. [23]

Veta Ak existuje M symetrických matíc $P_l > 0$, matíc G, H a platí nasledujúci vzťah LMI:

$$\begin{bmatrix} r_{11}P_l + HA_l + A_l^T H & r_{12}P_l + A_l^T G - H \\ r_{12}P_l + G^T A_l - H & r_{22}P_l - G - G^T \end{bmatrix} < 0, \quad l = \{1, \dots, M\}, \quad (1.23)$$

potom systém (1.1) je robustne stabilný.

Štandardne sa pre parameter r volí $r_{11} = 1, r_{12} = 0, r_{22} = -1$ ako jednotkový kruh (diskretná časová oblasť) alebo $r_{11} = 0, r_{12} = 1, r_{22} = 0$ ako ľavá polrovina (pre spojitý systémy).

1.4.2 $\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ -oblasť stability

Alternatívna trieda podmnožiny komplexnej roviny \mathbb{C} bola definovaná v [23].

Definícia 1.4 $\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ -oblasť je definovaná v komplexnej rovine ako:

$$\mathcal{D}_{\mathcal{R}} = \left\{ z \in \mathbb{C}: \begin{bmatrix} I_d \\ I_d z^* \end{bmatrix}' R \begin{bmatrix} I_d \\ I_d z \end{bmatrix} < 0 \right\}, \quad (1.24)$$

kde $R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}$ a I_d je jednotková matica s rozmerom $d \times d$.

Úpravou vzťahu (1.24), môžeme $\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ -oblasť vyjadriť v tvare:

$$\mathcal{D}_{\mathcal{R}} = \{ z \in \mathbb{C}: R_{11} + R_{12}z + R_{12}^T z^* + R_{22}zz^* < 0 \}, \quad (1.25)$$

kde $R_{11} = R_{11}^T \in \mathbb{R}^{d \times d}$, $R_{22} = R_{22}^T \in \mathbb{R}^{d \times d}$ a predpoklad $R_{22} \geq 0$.

Ak $R_{22} \geq 0$, tak môžeme prepísať na $R_{22} = LL^T$, kde $L \in \mathbb{R}^{d \times d}$ je odmocninou R_{22} [23]. $\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ región (1.25) potom možno prepísať pomocou LMI nasledovne:

$$\mathcal{D}_{\mathcal{R}} = \left\{ z \in \mathbb{C}: \begin{bmatrix} R_{11} + R_{12}z + R_{12}^T z^* & Lz \\ L^T z^* & -I_d \end{bmatrix} < 0 \right\}. \quad (1.26)$$

1.5 Beznárazové prepínanie

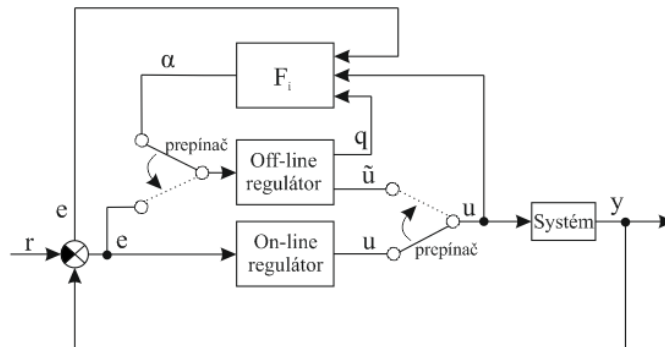
V praxi je často potrebné navrhnuť viac regulátorov na riadenie procesu a prepínať medzi nimi (rôzne pracovné body, pomalé/rýchle prepínanie, zmena dynamiky systému). Takéto systémy sú potom považované za systémy s prepínaním, sú určené niekoľkými režimami medzi ktorými sa prepína. S prepínaním medzi jednotlivými režimami súvisí aj problém nelinearity v riadiacej slučke [26] čo môže mať za následok nežiaduce kmity na výstupe systému. Eventuálne potlačenie týchto kmitov sa nazýva beznárazové prepínanie. Tento faktor je často veľmi významný pre praktické aplikácie riadenia. Dôležité východiská týkajúce sa tejto problematiky boli publikované v [27].

1.5.1 Lineárne kvadratické beznárazové prepínanie

Táto časť je spracovaná s využitím výsledkov z literatúry [28].

Hlavným cieľom beznárazového prepínania je potlačiť nežiaduce kmity vznikajúce pri prepínaní regulátora zo stavu off-line do stavu on-line. Možnosťou ako to doceliť, je použiť a zapojiť do spätnej väzby statické zosilnenie F , ktoré bude riadiť off-line regulátor a upravovať jeho stav tak, aby zodpovedal aktuálnej hodnote signálov v on-line slučke. Ako je znázornené na Obr. 1.1, predpokladáme, že regulátor je opísaný v stavovom opise nasledujúcimi diferencnými rovnicami:

$$\begin{aligned} q(k+1) &= A_r q(k) + B_r \alpha(k) \\ \tilde{u}(k) &= C_r q(k) + D_r \alpha(k) \end{aligned} \quad (1.27)$$



Obr. 1.1 Schéma beznárazového prepínania

Cieľom je minimalizovať diferenciu medzi on-line a off-line riadiacim signálom a taktiež diferenciu medzi signálmi, ktoré predstavujú akčný zásah regulátorov (regulačnou odchýlkou e a signálom α pre ktorý platí vzťah (1.28)). Spôsob návrhu maticového zosilnenia F je opísaný v [28].

$$\alpha(k) = F \begin{bmatrix} q(k) \\ u(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

Opísaný spôsob beznárazového prepínania dosahuje výborné výsledky, no ešte lepšie výsledky sú uvedené v článku [34]. V oboch štúdiách ide o prípad keď uvažujeme jednu dynamiku systému a prepíname len medzi regulátormi. Avšak nevzťahuje sa na systém s prepínaním, teda keď sa mení aj dynamika systému. Takémuto prípadu je venovaná ďalšia časť.

2 Ciele dizertačnej práce

Hlavným cieľom dizertačnej práce je ďalší rozvoj existujúcich metód pre robustnú stabilizáciu systémov s prepínaním v diskkrétnej časovej oblasti s využitím maticových nerovností. Témy dizertačnej práce sú nasledovné:

- Pokračovať vo vývoji metód návrhu robustného hybridného riadenia pre lineárny (linearizovaný) neurčitý dynamický systém s prepínaním. Modifikovať metódy robustného riadenia tak, aby ich bolo možné využiť na robustnú stabilizáciu systémov s prepínaním. Sústrediť sa na metódy využívajúce časovo-diskrétny opis dynamiky systému a spätnú väzbu z výstupu.
- Navrhnuť prístup vhodný pre návrh robustného regulátora hybridného systému s prepínaním tak, aby algoritmus riadenia rešpektoval obmedzenia vstupných veličín.
- Navrhnuť modifikáciu algoritmov robustného riadenia pre beznárazové prepínanie medzi jednotlivými režimami systému.
- Prakticky implementovať a overiť navrhnuté robustné riadenie simulačne aj na reálnom systéme, zamerať sa na mechatronický systém.

V nasledujúcich kapitolách sú vypracované riešenia daných problémov na základe poznatkov z predchádzajúcich kapitol dizertačnej práce. Získané výsledky boli publikované v prácach, ktoré sú citované v príslušných kapitolách.

Pri návrhu robustných regulátorov pomocou podmienok robustnej stability sa stretávame s bilineárnymi maticovými nerovnicami (BMI), ktoré sa v navrhnutých riešeniach snažíme rôznymi metódami preformulovať na lineárne maticové nerovnice (LMI).

Navrhnuté robustné regulátory sú aplikované na simulačných príkladoch neurčitých systémov s prepínaním a na reálnej laboratórnej sústave dvoch jednosmerných motorčekov, čo reprezentuje využiteľnosť navrhnutých metód.

3 Prípadové štúdie

V tejto časti uvedieme príklady hybridných systémov s prepínaním, ktoré v ďalších kapitolách použijeme ako prípadové štúdie pre návrh robustného riadenia.

3.1 Systém dvoch nádrží

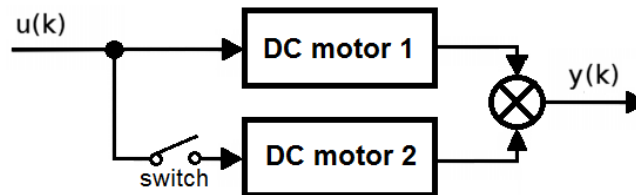
Prvým príkladom je model systému dvoch nádrží. Vstupom do systému je objemový prietok vstupujúci do nádrže 1, a výstupom je výška hladiny v nádrži 2. Podmienkou prepínania je výška hladiny v nádrži 2. Keď výška hladiny h_2 prekročí hodnotu h , dynamika systému sa zmení (nastane zmena režimu

systému). Daný systém predstavuje systém s autonómnym prepínaním. Systém je určený stavovým opisom v tvare:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_i(\alpha)x(k) + B_i(\alpha)u(k) \\ y(k) &= C_i x(k) \end{aligned} \quad (3.29)$$

3.2 Systém dvoch jednosmerných motorčekov

Ďalším používaným systémom s prepínaním je laboratórna sústava dvoch jednosmerných motorčekov. Tieto sú zapojené a navrhnuté podľa schémy (Obr. 3.2). Vstupom do systému je napätie [V] a za výstup možno považovať výsledné otáčky, prípadne elektrickú silu [V].



Obr. 3.2 Schéma zapojenia jednosmerných motorčekov ako systém s prepínaním

Dynamika systému sa mení v dvoch režimoch v závislosti od zapnutia/vypnutia spínača. Prvý režim predstavuje prevádzku len jedného motorčeka a druhý režim predstavuje chod oboch motorčekov. V oboch režimoch bol tento reálny systém zidentifikovaný. Využitím vstupno-výstupných dát bol získaný ARMAX model systému. Získané prenosové funkcie boli prevedené do stavového opisu (3.29) a využité pri návrhu regulátorov pre reálny laboratórny systém dvoch motorčekov.

4 Robustná SSF, SOF - úloha s ohraňením akčného zásahu

Pri riadení reálnych procesov sa často stretávame s vlastnosťou ohraňenia akčného zásahu. Opíšeme spôsob ohraňenia vstupnej veličiny pre systémy s prepínaním pomocou invariantných množín a to pri riadení od stavovej spätnej väzby (SSF) ako aj od spätnej väzby z výstupu (SOF). V kapitole sa nachádzajú originálne výsledky publikované v [43] a [48].

4.1 SSF s ohraňením akčného zásahu

Cieľom je navrhnúť regulátor s predpísaným ohraňením akčného zásahu, na čo využívame LMI formulácie, opisujúce ohraňenie invariantnou množinou. Podmienku ohraňenia akčného zásahu pre každý režim systému možno vyjadriť nasledovne:

$$\mu_i^2 - \lambda_i \rho_i + x^T (\lambda_i G_i^{-1} - G_i^{-1} L_i^T L_i G_i^{-1}) x > 0 \quad (4.30)$$

Nerovnicu (4.30) je možné rozdeliť do dvoch častí

$$\mu_i^2 - \lambda_i \rho_i \geq 0 \quad (4.31)$$

$$\lambda_i G_i^{-1} - G_i^{-1} L_i^T L_i G_i^{-1} > 0 \quad (4.32)$$

Po prenasobení nerovnice (4.32) maticou G_i zľava a sprava a po úpravách je možno nerovnicu zapísať v tvare LMI:

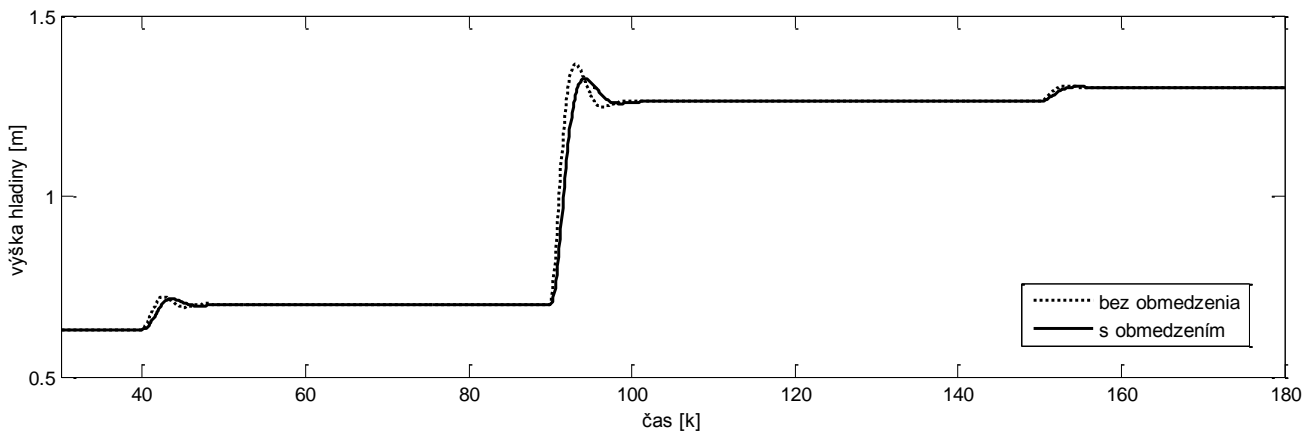
$$\begin{bmatrix} G_i & L_i^T \\ L_i & \lambda_i \end{bmatrix} > 0 \quad (4.33)$$

Z podmienky (4.33) spolu s (4.31) hľadáme neznáme matice G_i a L_i kde index i predstavuje režim systému.

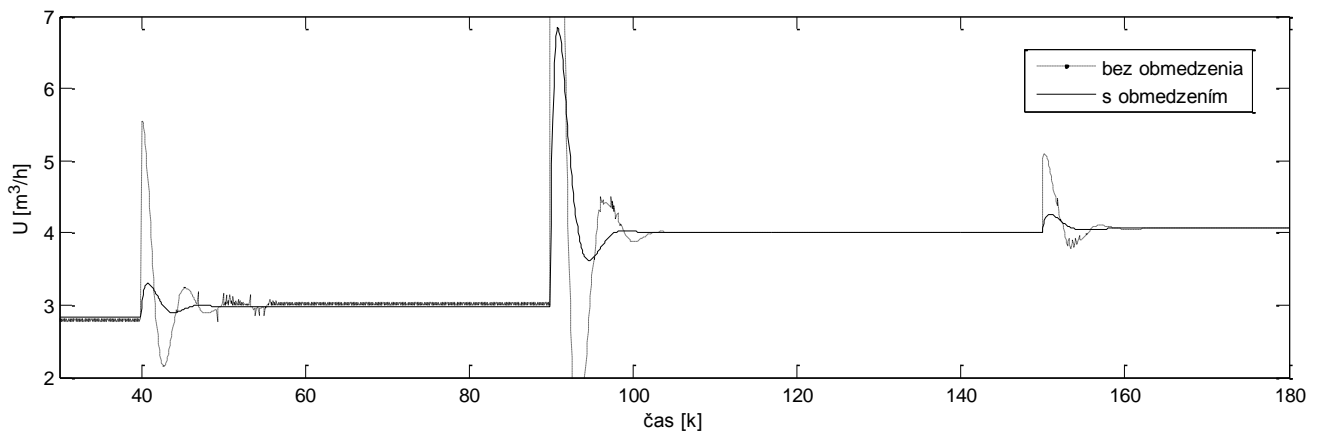
Tento návrh je aplikovaný na systém dvoch nádrží. Aby bolo možné sledovať žiadanú hodnotu, model systému bol rozšírený o integračnú zložku. Následne pri LMI výpočtoch bol použitý takto rozšírený model. Statický stabilizačný stavový spätnoväzobný zákon riadenia je v tvare $u(k) = K_i x(k)$, kde $i \in \mathcal{I}$.

Pridaním podmienok (4.33) a (4.31) k LMI podmienkam robustnej stability, bolo navrhnuté spätnoväzobné zesilnenie pre neurčitý systém s prepínaním.

Simulačné výsledky riadenia výšky hladiny druhej nádrže sú znázornené na nasledujúcich obrázkoch.



Obr. 4.3 Časový priebeh výstupnej veličiny



Obr. 4.4 Časový priebeh vstupnej veličiny

Ohraničením akčného zásahu sme dokázali obmedziť akčnú veličinu v požadovanom pracovnom priestore. Je vidieť značný rozdiel v maximálnej hodnote vstupnej veličiny pri skoku v okolí prvého pracovného bodu (v čase $T = 40$) v prvom režime systému a aj pri skoku v okolí druhého pracovného bodu (v čase $T = 150$) v druhom režime systému.

4.2 SOF s ohraničením akčného zásahu

Cieľom je nájsť vhodný prístup riešenia SOF pre systémy s prepínaním, kde by bolo možné použiť podmienky ohraničenia akčného zásahu invariantnou množinou. Jeden takýto vhodný prístup je uvedený v literatúre [25], kde ide o heuristickú metódu pre návrh výstupnej spätnej väzby využívajúcu eliminačnú lemu [31] a dve formy linearizácie. Ide o iteračnú metódu, preto je často potrebné nájsť vhodné nastavenie počiatkových parametrov. Treba dodať, že táto metóda je založená na splnení

nutných podmienok robustnej stability, a preto treba vždy dodatočne overiť robustnú stabilitu pre takto získané riešenia. Keďže v takomto prípade sa priamo rieši spätnoväzobné zosilnenie K_i , je možné ďalej riešiť aj ohraničenie akčného zásahu pomocou invariantnej množiny podľa kapitoly. Túto metódu sme modifikovali a adaptovali pre systémy s prepínaním s ohraničeným akčným zásahom. Výsledky sme publikovali v [43].

Daná metóda bola aplikovaná na systém dvoch nádrží. Aby bolo možné sledovať žiadanú hodnotu, model systému bol rozšírený o integračnú zložku. Následne pri LMI výpočtoch bol použitý takto rozšírený model. Statický stabilizačný spätnoväzobný zákon riadenia z výstupu je v tvare $u(k) = K_i y(k)$, kde $i \in \mathcal{J}$.

Použitím heuristickej metódy pomocou nutných podmienok robustnej stability:

$$\begin{bmatrix} P_i - Q & \hat{A}_{l(i),i}^T & C_i^T K_i^T \\ \hat{A}_{l(i),i} & P_j^{-1} & 0 \\ K_i C_i & 0 & R^{-1} \end{bmatrix} > 0, \forall (i, j) \in \mathcal{J} \times \mathcal{J} \quad (4.34)$$

a

$$\begin{bmatrix} \Phi_i & T_i^T \\ * & -R \end{bmatrix} > 0, \forall i \in \mathcal{J} \quad (4.35)$$

kde $\Phi_i = Q - P_i - H_i A_{l(i),i} - (H_i A_{l(i),i})^T - H_i B_{l(i),i} R^{-1} B_{l(i),i}^T H_i^T$ a $T_i = B_{l(i),i}^T H_i^T - R K_i C_i$ a iteračnou metódou linearizácie P_j^{-1} a $-H_i B_{l(i),i} R^{-1} B_{l(i),i}^T H_i^T$ (pre jednoduchosť uvažujme $W = B_{l(i),i} R^{-1} B_{l(i),i}^T$):

$$\text{lin}(P_j^{-1}, P_k) = P_k^{-1} - P_k^{-1} (P_j - P_k) P_k^{-1} \quad (4.36)$$

$$\text{lin}(-H_i W H_i^T, H_k) = H_k W H_k^T - H_i W H_k^T - H_k W H_i^T \quad (4.37)$$

bolo navrhnuté statické spätnoväzobné zosilnenie z výstupu pre neurčitý systém s prepínaním.

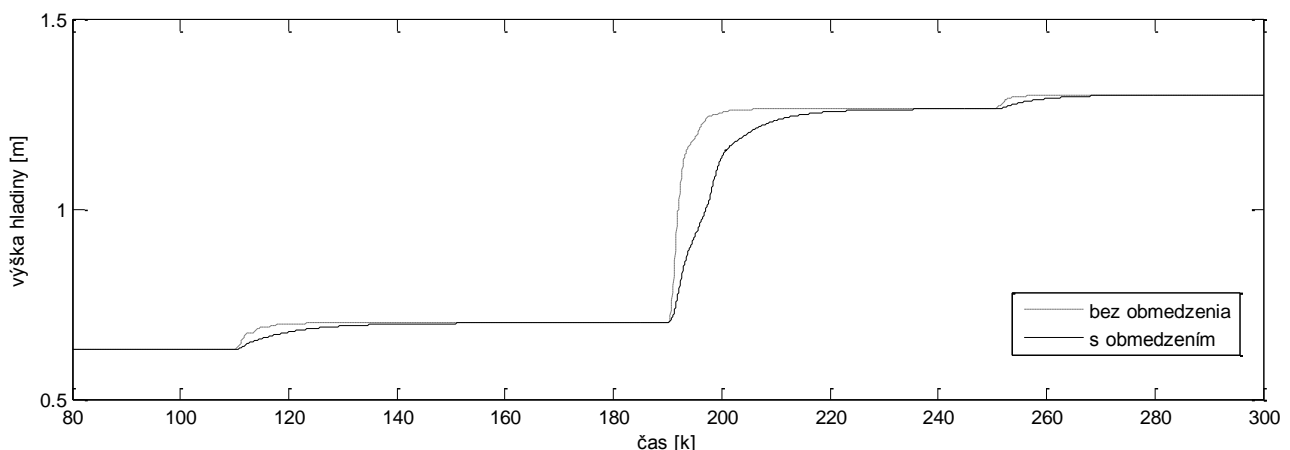
Podmienky pre ohraničenie akčnej veličiny z riadenia od stavov možno modifikovať aj pre regulátor od výstupu. Výsledkom sú nasledovné podmienky:

$$\mu_i^2 - \lambda_i \rho_i > 0 \quad (4.38)$$

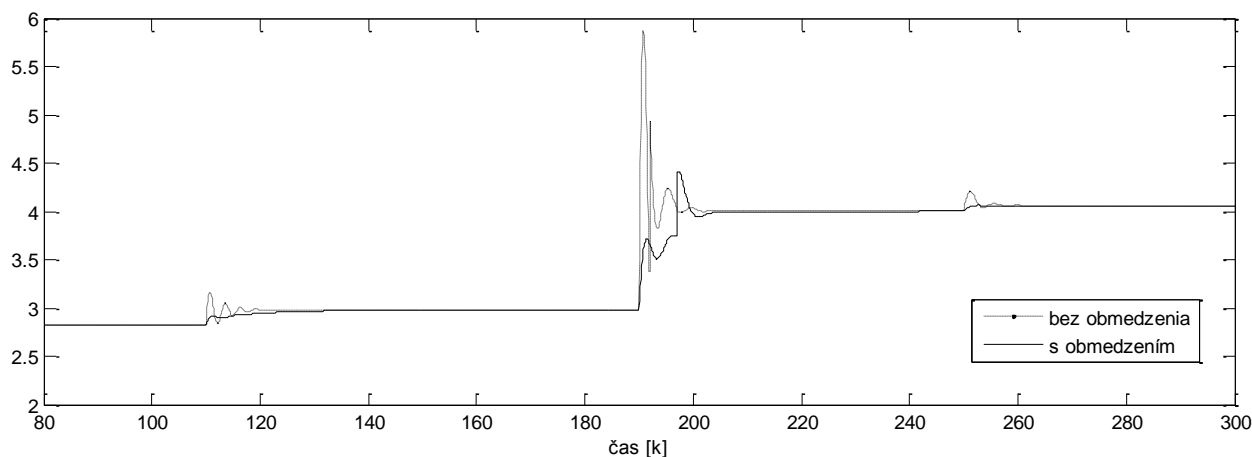
$$\begin{bmatrix} P_i & C^T F_i^T \\ F_i^T C & \lambda_i \end{bmatrix} > 0 \quad (4.39)$$

Pridaním podmienok (4.38) a (4.39) ku predchádzajúcemu prístupu návrhu výstupnej spätnej väzby sme dokázali obmedziť hodnotu akčnej veličiny.

Simulačné výsledky riadenia výšky hladiny druhej nádrže sú znázornené na nasledujúcich obrázkoch.



Obr. 4.5 Časový priebeh výstupnej veličiny



Obr. 4.6 Časový priebeh vstupnej veličiny

Ohraničením akčného zásahu sme dokázali obmedziť akčnú veličinu v požadovanom pracovnom priestore. Maximálna hodnota vstupnej veličiny pri skoku v okolí prvého pracovného bodu (v čase $T = 110$) v prvom režime a v okolí druhého pracovného bodu (skoková zmena žiadanej hodnoty v čase $T = 250$) v druhom režime je obmedzená použitím modifikovaných podmienok.

5 Návrh robustných regulátorov s využitím LMI oblasti stability pre systémy s prepínaním (umiestnenie pólov)

V tejto kapitole sa venujeme umiestneniu pólov URO do predpísaného konvexného regiónu v komplexnej rovine, preto pri návrhu robustných regulátorov vychádzame z podmienky \mathcal{D}_R stability:

$$\mathcal{D}_R = \{z \in \mathbb{C}: R_{11} + R_{12}z + R_{12}^T z^* + R_{22}zz^* < 0\},$$

kde $R_{11} = R_{11}^T \in \mathbb{R}^{d \times d}$, $R_{22} = R_{22}^T \in \mathbb{R}^{d \times d}$ a predpoklad $R_{22} \geq 0$.

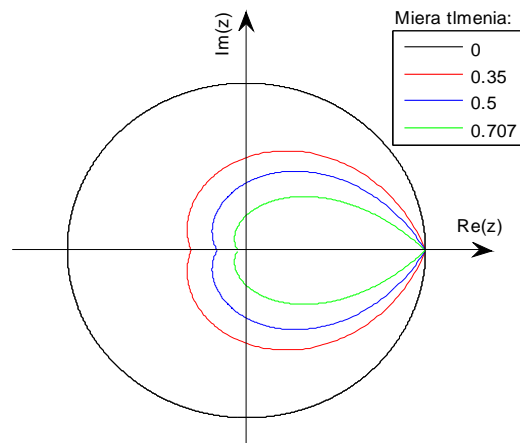
Robustné regulátory budú navrhnuté pre dynamické systémy s prepínaním pomocou stavovej spätnej väzby v diskretnej časovej oblasti. Cieľom je jasne definovať LMI oblasti (regióny), do ktorých budú póly URO umiestnené a modifikovať existujúce výsledky pre návrh robustného riadenia systémov s prepínaním.

5.1 LMI regióny v diskretnej oblasti

Komplexne združené póly systému v diskretnej časovej oblasti môžeme pomocou z-transformácie [35] definovať ako

$$z = e^{sT} = e^{T(a \pm bj)} = e^{Ta} e^{\pm bj}, \quad (5.40)$$

kde T je perióda vzorkovania. Potom regióny v spojitých časovej vieme sformulovať aj pre diskretnú časovú oblasť. Imaginárna os a ľavá polovina komplexnej roviny v spojitých časovej oblasti sa premietne v diskretnej časovej oblasti do vnútra kružnice opísanej polomerom $r = 1$, kde sa nachádzajú všetky stabilné póly systému. Oblasť nestabilných pólov sa nachádza mimo tohto kruhu, čo predstavuje v spojitých časovej oblasti pravá polovina komplexnej roviny. Oblasť tlmenia (tzv. kónický sektor) sa premietne zo spojitých do diskretnej časovej oblasti ako vnútro logaritmického špirály (Obr. 5.7), ktoré ale predstavuje nekonvexnú oblasť.



Obr. 5.7 Tlmenie v diskretnéj časovej oblasti

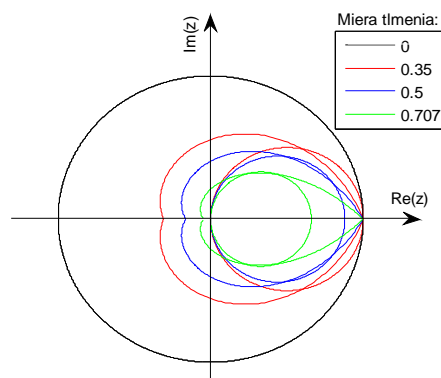
Oblasť vymedzená logaritmickou špirálou je nekonvexná, preto ju nemožno použiť pre LMI prístup návrhu robustného regulátora. Túto oblasť budeme teda aproximovať konvexnou oblasťou. Prvou možnosťou je aproximácia pomocou kruhu so stredom v bode $(q, 0)$ a s polomerom r . Takúto oblasť možno opísať maticami $R_{11} = \begin{bmatrix} -r & -q \\ -q & -r \end{bmatrix}$, $R_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ a $R_{22} = 0^{2 \times 2}$ čím sa obmedzia póly systému.

Aproximácia logaritmických kriviek, pre rôzne hodnoty miery tlmenia pomocou aproximačných kružníc, je uvedená v nasledujúcej tabuľke Tab. 5.1

miera tlmenia	r	q
0	1	0
0.35	0.5	0.5
0.5	0.44	0.44
0.707	0.33	0.33

Tab. 5.1 Parametre aproximačnej kružnice [24]

kde r je polomer aproximačnej kružnice v z -oblasti (Obr. 5.8) a parameter q , predstavuje stred aproximačnej kružnice v zmysle $(q, 0)$, teda poloha na reálnej osi komplexnej roviny \mathbb{C} .

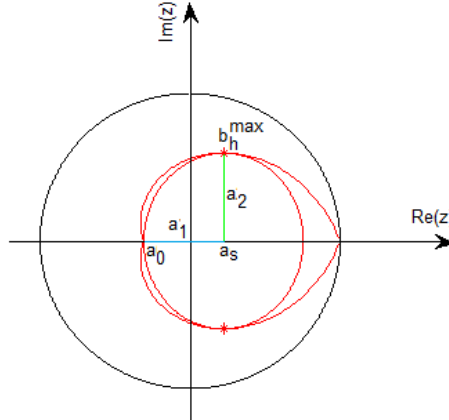


Obr. 5.8 Aproximácia nekonvexnej oblasti tlmenia v diskretnéj z -oblasti

Ako je vidieť z vyššie zobrazeného Obr. 5.8 oblasť tvorená aproximačnými kružnicami (kruh) sa nachádza aj mimo logaritmických kriviek určených danou mierou tlmenia. Preto pri návrhu regulátora metódou pole-placement môže nastať situácia, kedy sú póly URO umiestnené mimo oblasti určenej predpísanou mierou tlmenia.

5.1.1 Elipsa ako LMI región v diskretnej časovej oblasti

V tejto časti sa venujeme opisu elipsy vo forme LMI regiónu, ktorá bude slúžiť ako konvexná aproximácia nekonvexnej logaritmickkej špirály na základe predpísanej miery tlmenia. Cieľom je, aby oblasť v tvare elipsy prechádzala extrémami funkcie logaritmickkej špirály a priesečníkom špirály s reálnou osou komplexnej roviny \mathbb{C} ako je znázornené na Obr. 5.9. Celý postup je uvedený v [32].



Obr. 5.9 Hlavná a vedľajšia (a_1, a_2) polos elipsy

Matematický opis logaritmickkej špirály možno získať prevedením kónického sektora v spojitej časovej oblasti do diskretnej časovej oblasti a to použitím vzťahu (5.40). Po matematických úpravách možno parametrický zápis hornej a dolnej polpriamky logaritmickkej špirály v z -oblasti vyjadriť ako:

pre hornú časť

$$\begin{aligned} a &= e^t \cos(\theta t) \\ b_h &= -e^t \sin(\theta t), \quad t \leq 0, \end{aligned} \quad (5.41)$$

pre dolnú časť

$$\begin{aligned} a &= e^t \cos(\theta t) \\ b_d &= e^t \sin(\theta t), \quad t \leq 0, \end{aligned} \quad (5.42)$$

kde a je reálna zložka a $b_{h,d}$ predstavuje imaginárnu zložku hornej príp. dolnej polroviny $\theta = \tan(\varphi)$ a $t = Ta$.

V oboch prípadoch má zmysel uvažovať aj dolné ohraničenie parametra t , a to v hodnote predstavujúcej priesečník s reálnou osou. Preto uvažujeme hodnotu $\theta t \in (-\pi, \pi)$ a zároveň môžeme ohraničiť $t \in \langle \frac{-\pi}{\theta}, 0 \rangle$.

Ďalším krokom je výpočet extrémov logaritmickkej špirály, teda je potrebné nájsť stacionárne body funkcií (5.41) a (5.42) opisujúcich hornú a dolnú časť logaritmickkej špirály v z -oblasti. Preto hľadáme body, kedy sú hodnoty derivácie daných funkcií rovné nule.

Maximum logaritmickkej špirály hľadáme z hornej časti krivky. Z derivácií:

$$\frac{db_h}{dt} = -e^t \sin(\theta t) - \theta e^t \cos(\theta t) = -e^t (\sin(\theta t) + \theta \cos(\theta t)) \quad (5.43)$$

a

$$\frac{da}{dt} = e^t \cos(\theta t) - \theta e^t \sin(\theta t) = e^t (\cos(\theta t) - \theta \sin(\theta t)) \quad (5.44)$$

môžeme vyjadriť deriváciu funkcie nasledovne:

$$\frac{db_h}{da} = \frac{db_h}{dt} \times \frac{dt}{da} = \frac{db_h}{dt} \times \left(\frac{da}{dt}\right)^{-1} \quad (5.45)$$

po dosadení vzťahov (5.43) a (5.44) do (5.45) dostávame vzťah:

$$\frac{db_h}{da} = \frac{-e^t(\sin(\theta t) + \theta \cos(\theta t))}{e^t(\cos(\theta t) - \theta \sin(\theta t))} = \frac{-(\sin(\theta t) + \theta \cos(\theta t))}{(\cos(\theta t) - \theta \sin(\theta t))}. \quad (5.46)$$

Deriváciu (5.46) stanovíme rovnú nule, potom z vyjadrenia

$$\frac{-(\sin(\theta t) + \theta \cos(\theta t))}{(\cos(\theta t) - \theta \sin(\theta t))} = 0 \quad (5.47)$$

vyplýva $\sin(\theta t) + \theta \cos(\theta t) = 0$, odkiaľ $\theta = -\tan(\theta t)$.

Keďže sme si predtým určili $\theta = \tan(\varphi)$, tak po dosadení dostávame $\varphi = -\theta t$. Stacionárny bod (maximum) bude funkcia dosahovať pre parameter t :

$$t = -\frac{\varphi}{\tan(\varphi)}. \quad (5.48)$$

Vyjadrením parametra t môžeme určiť súradnice bodu, kde sa nachádza maximum logaritmickkej špirály:

$$\begin{aligned} a^{max} &= e^t \cos(\theta t) = e^{-\frac{\varphi}{\tan(\varphi)}} \cos(-\varphi) \\ b_h^{max} &= -e^t \sin(\theta t) = -e^{-\frac{\varphi}{\tan(\varphi)}} \sin(-\varphi). \end{aligned} \quad (5.49)$$

Analogicky môžeme stanoviť aj súradnice pre minimum logaritmickkej špirály:

$$\begin{aligned} a^{min} &= e^t \cos(\theta t) = e^{-\frac{\varphi}{\tan(\varphi)}} \cos(-\varphi) \\ b_h^{min} &= e^t \sin(\theta t) = e^{-\frac{\varphi}{\tan(\varphi)}} \sin(-\varphi). \end{aligned} \quad (5.50)$$

Z rovníc je zrejmé, že maximum aj minimum sa bude nachádzať na rovnakej hodnote reálnej osi komplexnej roviny.

Keďže tretím bodom, cez ktorý má elipsa prechádzať je priesečník logaritmickkej špirály s reálnou osou, je potrebné si túto súradnicu vyjadriť. Pravý priesečník s reálnou osou je v bode (1,0) pre hornú hranicu parametra $t = 0$. Z parametrického vzťahu (5.41) možno vyjadriť aj ľavý priesečník s reálnou osou komplexnej roviny \mathbb{C} a to pre $t = \frac{-\pi}{\theta}$.

$$a_0 = -e^{\frac{-\pi}{\theta}} \sin\left(\theta \frac{-\pi}{\theta}\right) = -e^{\frac{-\pi}{\tan(\varphi)}} \quad (5.51)$$

Pre imaginárnu zložku platí $b_h = 0$ a preto má ľavý priesečník súradnice $(a_0, 0)$.

Je zrejmé, že stred elipsy sa bude nachádzať na priesečníku spojnice maxima a minima špirály s reálnou osou komplexnej roviny \mathbb{C} , čo predstavuje súradnica $(a_s, 0)$. Hodnota a_s bude rovná hodnote a^{max} z (5.49) prípadne hodnote a^{min} z (5.50).

Hlavnú a vedľajšiu polos možno vyjadriť podľa Obr. 5.9 nasledovne:

$$a_1 = a_s - a_0 \quad (5.52)$$

$$a_2 = b_h^{max}. \quad (5.53)$$

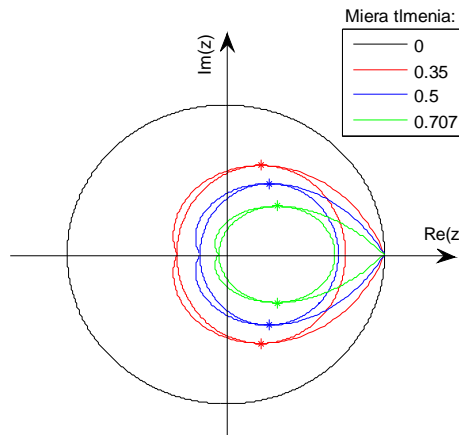
LMI oblasť vyjadrujúca elipsu so stredom v bode $(a_s, 0)$ a s polosami a_1 a a_2 možno vyjadriť maticami v tvare:

$$R_{11} = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{a_s}{a_1} \\ -\frac{a_s}{a_1} & -1 \end{bmatrix}, R_{12} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{a_1} - \frac{2}{a_2} \\ \frac{2}{a_1} + \frac{2}{a_2} & 0 \end{bmatrix}, R_{12} = 0^{2 \times 2}. \quad (5.54)$$

Podobne ako pri aproximácii nekonvexnej oblasti do kruhu aj teraz udávame tabuľku s hodnotami parametrov aproximačných elíps pre jednotlivé hodnoty miery tlmenia Tab. 5.2 a aj ilustračné zobrazenie na Obr. 5.10.

miera tlmenia	φ	a_1	a_2	a_s
0	90°	1	1	0
0.35	$\cong 69.5^\circ$	0.5315	0.5951	0.2225
0.5	60°	0.4362	0.4731	0.2731
0.707	$\cong 45^\circ$	0.3656	0.3224	0.3224

Tab. 5.2 Aproximácia pomocou elipsy – hodnoty parametrov pre vybrané miery tlmenia



Obr. 5.10 Aproximácia nekonvexnej oblasti tlmenia elipsou v diskretnej z-oblasti

5.2 Stabilizácia systému vo forme stavovej spätnej väzby pomocou predpísaného LMI regiónu

V práci [40] sme navrhli robustné regulátory pre systémy s prepínaním vo forme stavovej spätnej väzby s využitím aproximácie nekonvexnej oblasti logaritmickéj špirály pomocou kruhu. Táto metóda bola v publikácii overená na reálnom laboratórnom modeli.

Pri danom spôsobe návrhu regulátora je kvalita riadená ovplyvnená zvolenou hodnotou miery tlmenia. Uvažujme neurčitý diskretný dynamický systém s prepínaním zapísaný v tvare (1.12). Úlohou je nájsť statické stavové spätnoväzobné zosilnenie K_i , $i \in \mathcal{J}$ (pre každý možný režim systému) tak, aby matica URO $A_i(\alpha) + B_i(\alpha)K_i$ bola robustne stabilná pre celý polytop opísaný v (1.12). Póly URO môžu byť umiestnené do predpísanej komplexnej LMI oblasti. Použitím podmienok $\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ -stability pre neurčitý systém s prepínaním platí nasledovná podmienka LMI.

Polytopický systém s prepínaním (1.12) bude robustne stabilizovateľný vtedy a len vtedy, ak existujú symetrické pozitívne definitné matice S_i, \dots, S_N a matice príslušných rozmerov G_i, \dots, G_N a R_i, \dots, R_N , ktoré sú riešeniami Ljapunovovej funkcie v podobe LMI:

$$M_{\mathcal{D}_{\mathcal{R}}} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ * & M_{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.55)$$

$$M_{11} = R_{11} \otimes S_j + R_{12} \otimes (A_{l(i),i}G_i + B_{l(i),i}R_i) + R_{12}^T \otimes (A_{l(i),i}G_i + B_{l(i),i}R_i)^T \quad (5.55a)$$

$$M_{12} = R_{12}^T \otimes (S_i - G_i^T) + R_{22} \otimes (A_{l(i),i}G_i + B_{l(i),i}R_i)^T \quad (5.55b)$$

$$M_{22} = R_{22} \otimes (S_i - G_i - G_i^T). \quad (5.55c)$$

Potom spätnoväzobné zosilnenie K_i možno vyjadriť ako:

$$K_i = R_i G_i^{-1}. \quad (5.56)$$

Konvexná aproximácia miery tlmenia v diskkrétnej časovej oblasti je daná maticou $R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ * & R_{22} \end{bmatrix}$.

Táto nadobúda hodnoty, podľa toho, do akej oblasti chceme umiestniť póly URO.

Skúmali sme možnosť využiť uvedenú metodiku návrhu robustného riadenia s umiestnením pólov pre systémy druhého a tretieho rádu s prepínaním, ako aj vplyv veľkosti predpísanej oblasti na riešiteľnosť úlohy. Túto úlohu sme riešili na základe analýzy súborov generovaných testovacích príkladov (systémy s nestabilnými pólmami ORO) a tiež na reálnom laboratórnom procese.

5.3 Príklady

V tejto časti sa zaoberáme stabilizáciou neurčitého systému s prepínaním formou umiestnenia pólov URO do predpísanej oblasti (kruhu alebo vnútra elipsy).

5.3.1 Umiestnenie pólov URO do kruhu

Nasledujúce aplikácie umiestnenia pólov URO do kruhu sme publikovali v [40].

V prvej časti uvádzame výsledky teoretických príkladov, čo predstavuje 100 náhodne generovaných stavových modelov neurčitých systémov s prepínaním. Sumarizácia výsledkov (počet stabilizovaných systémov) je znázornená v nasledovnej tabuľke:

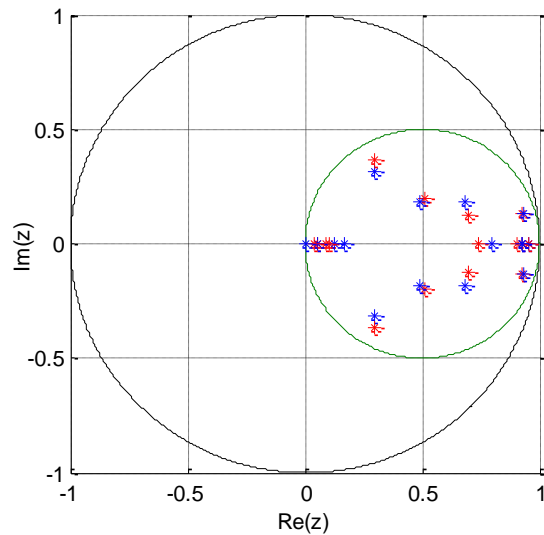
rád systému	Aproximácia do oblasti kruhu		
	r=0.5	r=0.44	r=0.33
n=2	100	100	100
n=3	27	18	5

Tab. 5.3 Výsledky aproximácie do oblasti kruhu

Z tabuľky je zrejmé, že LMI metóda umiestňovania pólov pre neurčité nestabilné systémy s prepínaním nedosahuje vždy použiteľné výsledky aj napriek tomu, že umiestnenie pólov pri riaditeľných systémoch by nemal byť problém. Problémy vznikajú najmä zvyšujúcim sa rádom systému a mierou tlmenia. Taktiež riešiteľnosť závisí aj od veľkosti nestabilných pólov systému (čím sú póly ORO vzdialenejšie od jednotkovej kružnice, tým je ťažšia riešiteľnosť LMI formulácií). Príklady boli riešené pre náhodne generované systémy druhého a tretieho rádu.

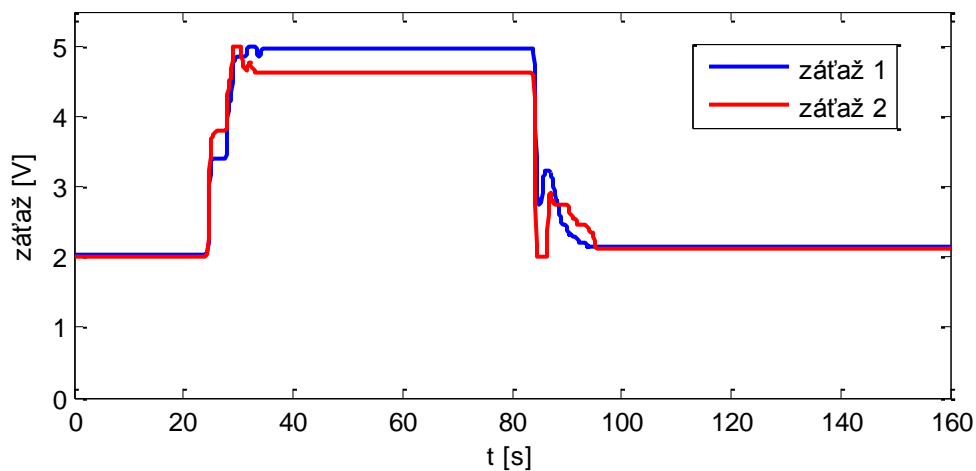
V ďalšej časti sme navrhli riadenie pre reálny laboratórny neurčitý systém s prepínaním (systém dvoch motorčekov). Pri realizácii bolo potrebné navrhnuť aj rekonštruktor stavov. Z podmienok (5.55) a (5.56) a kruhovej LMI oblasti s polomerom $r = 0.5$ boli navrhnuté stavové spätnoväzobné zosilnenia.

Póly URO sú znázornené na Obr. 5.11.

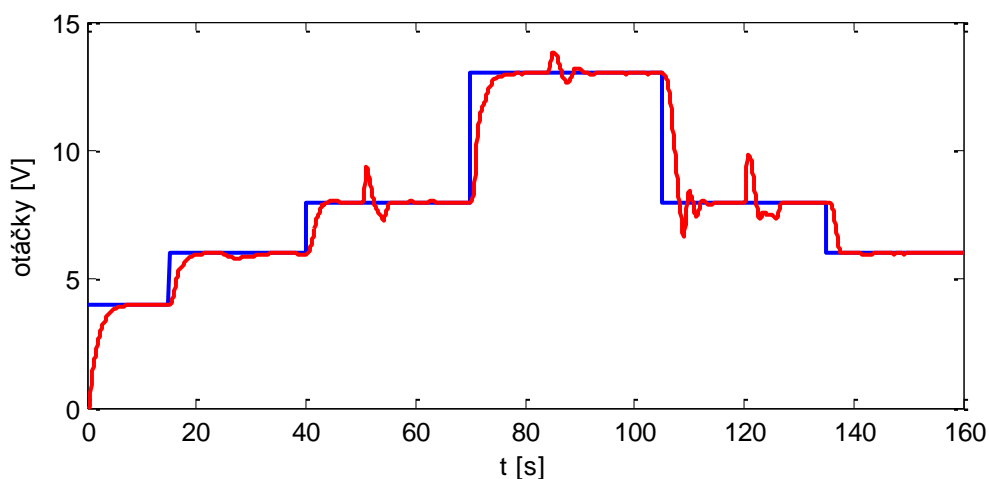


Obr. 5.11 Póly URO DC motorčekov (červené *- póly pre 1.režim systému, modré *-póly pre 2.režim systému)

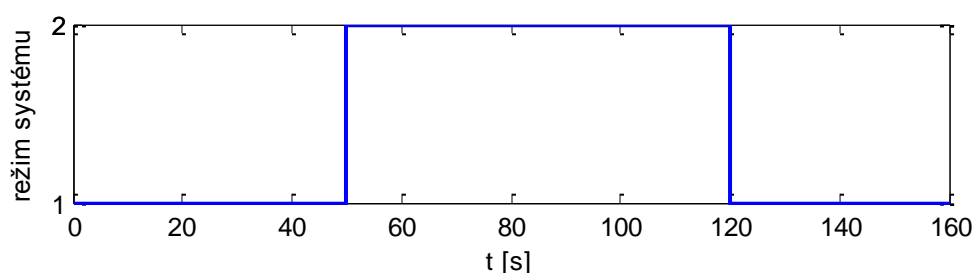
Počas simulácie boli menené hodnoty záťaže pre každý motorček v časoch okolo 24s a 84s ako je znázornená na Obr. 5.12 čo malo vplyv na výsledné priebehy výstupnej veličiny (otáčky motorčekov [V]) zobrazené na Obr. 5.13. a dynamika prepínania medzi režimami systému na Obr. 5.14. Možno si všimnúť oscilácie pri prepínaní režimu, potlačeníím týchto oscilácií sa zaoberáme v časti beznárazové prepínanie.



Obr. 5.12 Priebehy hodnôt neurčitého parametra - záťaže



Obr. 5.13 Priebeh výstupnej a žiadanej hodnoty otáčok



Obr. 5.14 Priebeh aktuálneho režimu systému

Môžeme zhodnotiť, že sa podarilo navrhnuť robustný regulátor, ktorý je odolný voči zmene záťaže aj voči zmene pracovného bodu v rámci pracovnej oblasti. Dokázali sme ovplyvniť výslednú kvalitu riadenia vďaka umiestneniu pólov do kruhu. Taktiež sme potlačili preregulovanie a zrýchlili dynamiku systému.

5.3.2 Umiestnenie pólov URO do elipsy

Podobne ako v predchádzajúcej časti, aj v tomto prípade, kedy je cieľom umiestniť póly URO do LMI oblasti v podobe elipsy, sme testovali riešiteľnosť pre 100 náhodne generovaných neurčitých systémov s prepínaním.

Sumarizácia výsledkov (počet stabilizovaných systémov do oblasti v tvare elipsy) je znázornená v nasledujúcej tabuľke:

rád systému	Aproximácia elipsou pri tlmení:		
	0.35	0.5	0.707
n=2	100	100	100
n=3	29	21	8

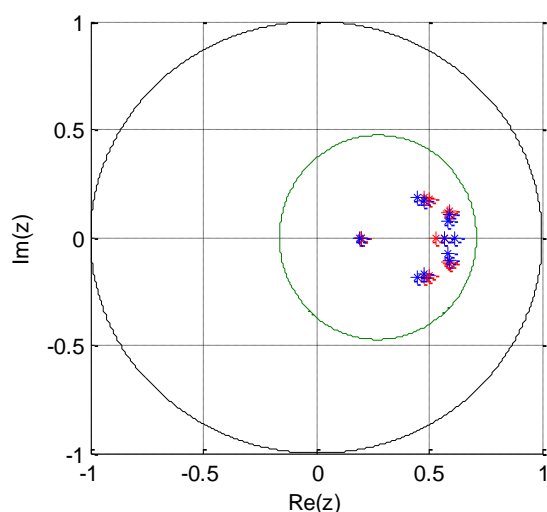
Tab. 5.4 Výsledky generovaných systémov pri aproximácii tlmenia

V porovnaní s tabuľkou Tab. 5.3 sa podarilo aj v tomto prípade pre všetky generované systémy druhého rádu navrhnuť vhodné riešenia v podobe URO. Pri generovaní systémov tretieho rádu sme dosiahli o niečo lepšie výsledky pri rôznych hodnotách miery tlmenia. Z výsledkov môžeme tvrdiť, že oblasť tvorená aproximáciou v podobe elipsy, je vhodnejšia v porovnaní s kruhovou aproximáciou. Taktiež aproximácia elipsou s určitosťou spĺňa požadovanú mieru tlmenia, keďže celá konvexná oblasť

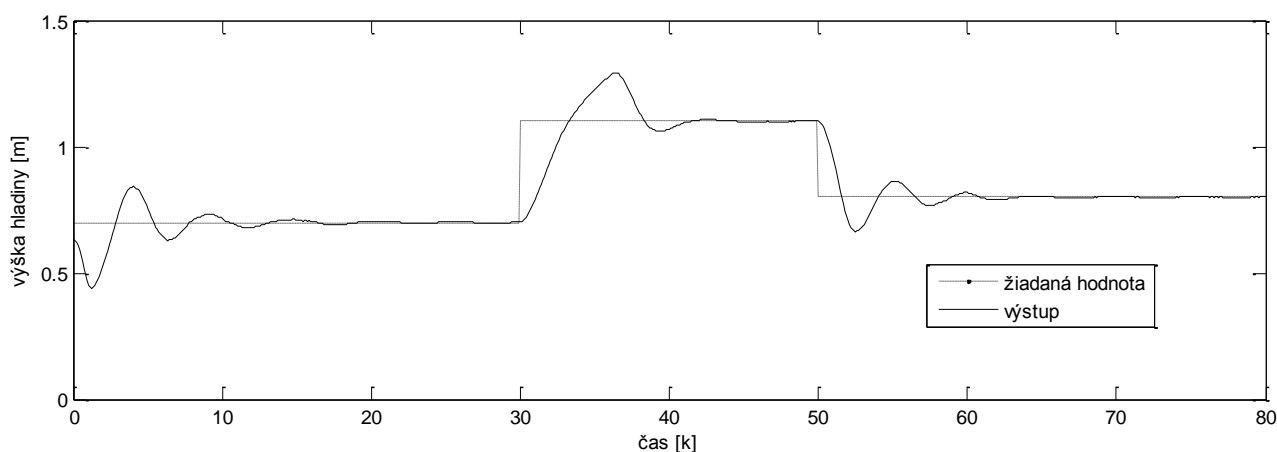
sa nachádza v príslušnej oblasti určenej mierou tlmenia. Pri náhodne generovaných systémoch tretieho rádu sme dosiahli viacero neriešiteľných prípadov, čo mohlo byť spôsobené aj nevhodným generovacím algoritmom.

LMI metóda umiestňovania pólov pre neurčité nestabilné systémy s prepínaním nedosahuje vždy použiteľné výsledky aj napriek tomu, že sa jednalo o umiestnenie pólov pre riaditeľné systémy. Problém mohol vzniknúť pri prepínaní, keďže aj matice prepnutia boli generované náhodne. Pokusy boli riešené pre náhodne generované neurčité systémy s prepínaním druhého aj tretieho rádu.

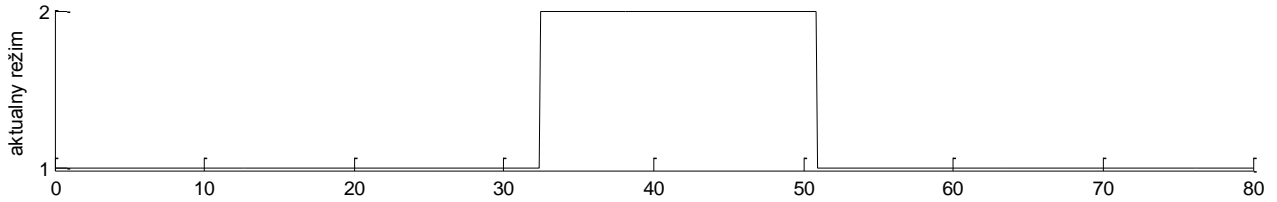
Daná metóda bola overená aj pre systém dvoch nádrží. Aj v tomto simulačnom príklade boli matice systému rozšírené pri návrhu regulátora o integračnú zložku za účelom sledovania žiadanej hodnoty. Výsledky pre mieru tlmenia 0.5 sú znázornené na nasledujúcich obrázkoch (umiestnenie pólov je zobrazené na Obr. 5.15, priebeh výstupnej veličiny Obr. 5.16, priebeh aktuálneho režimu systému na Obr. 5.17).



Obr. 5.15 Umiestnenie pólov URO s mierou tlmenia 0.5
(červené *- póly pre 1.režim systému, modré *-póly pre 2.režim systému)



Obr. 5.16 Priebeh výstupnej veličiny (výška hladiny v 2.nádrži)



Obr. 5.17 Aktuálny režim systému

Robustný regulátor sa podarilo na simulačnom príklade navrhnuť pre rôzne hodnoty miery tlmenia. Znárodné priebehy zodpovedajú hodnote miery tlmenia 0.5, čo viedlo hlavne k zrýchleniu dynamiky systému. Problémom je veľké spätnoväzobné zosilnenie, čo sa prejaví na rýchlych skokových zmenách akčnej veličiny. Takýto jav je v praxi nežiaduci.

6 Beznárazové prepínanie systémov s prepínaním

Pri zmene parametrov regulátora, prepínaní medzi rôznymi regulátormi alebo v prípade náhlej zmeny dynamiky systému (zmena režimu systému s prepínaním) nastávajú na výstupe systému nežiaduce kmity. V tejto kapitole sa venujeme možnostiam beznárazového prepínania, ktoré zabezpečí čiastočnú elimináciu nežiaducich kmitov pri prepínaní. Výsledky boli prezentované v[36], [38], [39]. V jednotlivých podkapitolách uvažujeme beznárazové prepínanie regulátorov v diskkrétnej časovej oblasti pre lineárne dynamické systémy a pre lineárne dynamické systémy s prepínaním dynamiky. Navrhnuté metódy sú ďalej aplikované a porovnané na simulačných experimentoch aj na laboratórnom systéme.

6.1 Beznárazové prepínanie regulátorov pre jeden dynamický režim systému

Hlavnou ideou metódy beznárazového prepínania z [28] je prednastavovať off-line regulátor použitím a zapojením do schémy statické zosilnenie F_i , ktoré zabezpečí, aby stavy neaktívneho regulátora zodpovedali aktuálnej hodnote signálov v on-line slučke pre daný systém.

Nakoľko nasledujúce metódy beznárazového prepínania budú navrhnuté podobným spôsobom využitia statického zosilnenia F_i aj pre systémy s prepínaním, pripomeňme si nasledujúce vzťahy výpočtu. Pre akčný zásah off-line regulátora $\alpha(k)$ platí vzťah:

$$\alpha(k) = F_i \begin{bmatrix} q(k) \\ u(k) \\ e(k) \end{bmatrix}$$

kde F_i je statické zosilnenie a podľa literatúry [28] sa vypočíta ako:

$$F_i = (I - \Delta B_{r,i}^T \Pi B_{r,i})^{-1} \Delta \begin{bmatrix} (D_{r,i}^T W_u C_{r,i} + B_{r,i}^T \Pi A_{r,i})^T \\ -(D_{r,i}^T W_u + B_{r,i}^T (I - M)^{-1} \hat{U})^T \\ -(W_e + B_{r,i}^T (I - M)^{-1} \hat{E})^T \end{bmatrix}^T \quad (6.57)$$

kde jednotlivé neznáme symbolické premenné možno vyjadriť pomocou váhovacích matic W_u, W_e a pomocou matic stavového opisu regulátora $A_{r,i}$; $B_{r,i}$; $C_{r,i}$; $D_{r,i}$ nasledovne:

$$\begin{aligned}
\Delta &= -(D_{r,i}^T W_u D_{r,i} + W_e)^{-1} \\
\tilde{A} &= A_{r,i} + B_{r,i} \Delta D_{r,i}^T W_u C_{r,i} \\
\tilde{B} &= B_{r,i} \Delta B_{r,i}^T \\
\tilde{C} &= C_{r,i}^T W_u C_{r,i} + C_{r,i}^T W_u D_{r,i} \Delta D_{r,i}^T W_u C_{r,i} \\
M &= \tilde{A}^T (I - \Pi \tilde{B})^{-1} \\
\hat{U} &= M \Pi B_{r,i} \Delta D_{r,i}^T W_u + C_{r,i}^T W_u + C_{r,i}^T W_u C_r \Delta C_{r,i}^T W_u \\
\hat{E} &= M \Pi B_{r,i} \Delta D_{r,i}^T W_e + C_{r,i}^T W_u D_{r,i} \Delta W_e
\end{aligned} \tag{6.58}$$

Matica Π predstavuje stabilizačné riešenie algebraickej Riccatihov rovnice v diskkrétnej časovej oblasti $\tilde{A}'(I - \Pi \tilde{B})^{-1} \Pi \tilde{A} - \Pi + \tilde{C} = 0$.

6.2 Beznárazové prepínanie regulátorov pre systém s prepínaním

V tejto časti sú navrhnuté dve schémy beznárazového prepínania neurčitých systémov s prepínaním v diskkrétnej časovej oblasti. Aplikovaním daných schém možno nežiaduce kmity čiastočne redukovať. Hlavnou myšlienkou inšpirovanou výsledkami z [28] je prednastaviť off-line regulátor pre daný neaktívny režim systému v závislosti od žiadanej trajektórie výstupu riadeného systému. Týmto spôsobom možno potlačiť oscilácie vznikajúce pri aktivovaní/prepnutí režimu systému. Navrhnuté schémy sme aplikovali a navzájom porovnali aj na reálnom laboratórnom systéme.

Pre obe opísané schémy uvažujeme návrh robustných PI regulátorov pre systémy s prepínaním.

PI regulátor opísaný v diskkrétnej časovej oblasti má tvar:

$$u(k) = K_{p,i} e(k) + K_{I,i} \sum_{t=0}^k e(t) \tag{6.59}$$

Pri aplikovaní navrhnutého regulátora do schém s beznárazovým prepínaním je potrebné monitorovať aj aktuálny stav regulátora, a preto je príslušná forma PI regulátora opísaná v nasledovnej stavovej forme:

$$\begin{aligned}
q(k+1) &= [I]q(k) + [I]e(k) \\
u(k) &= K_{I,i} q(k) + (K_{p,i} + K_{I,i}) e(k)
\end{aligned} \tag{6.60}$$

alebo

$$\begin{aligned}
q(k+1) &= A_{r,i} q(k) + B_{r,i} e(k) \\
u(k) &= C_{r,i} q(k) + D_{r,i} e(k)
\end{aligned}$$

kde I predstavuje jednotkovú maticu príslušných rozmerov.

PI návrh regulátora možno transformovať do podoby návrhu statického regulátora od výstupu:

$$u(k) = K_i \begin{bmatrix} e(k) \\ q(k) \end{bmatrix}, \tag{6.61}$$

Potom parametre PI regulátora sú

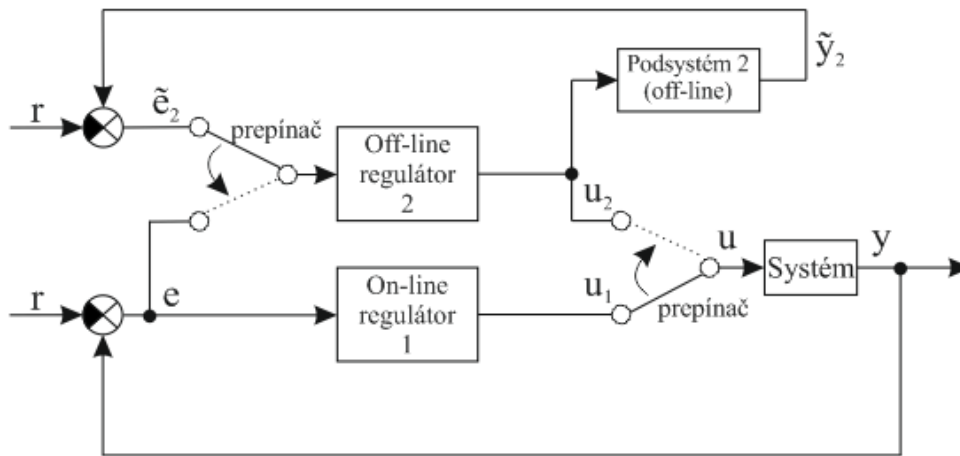
$$K_i = [K_i(1) \quad K_i(2)] = [K_{p,i} + K_{I,i} \quad K_{I,i}] \tag{6.62}$$

ako je možné vidieť z porovnania (6.60) a (6.62).

6.2.1 Jednoduchá schéma beznárazového prepínania

Ako už bolo spomenuté, hlavným cieľom je prednastaviť off-line regulátor, zodpovedajúci príslušnému off-line režimu systému tak, aby sme po aktivácii off-line regulátora a režimu systému dosiahli požadovanú hodnotu akčného zásahu. Najjednoduchším spôsobom ako to docieľiť je vytvoriť off-line uzavretý regulačný obvod (URO) modelujúci neaktívny režim systému. V danom URO sa počas doby regulácie na základe žiadanej hodnoty nastaví stav regulátora zodpovedajúci ustálenému stavu systému.

Môžeme povedať, že prednastavujeme off-line (j -ty) regulátor tak, aby hodnota akčného zásahu bola prednastavená pre j -ty režim systému. Dynamika j -teho režimu systému je daná príslušným off-line stavovým modelom systému (podsystem j). Navrhnutá schéma 1 je znázornená na Obr. 6.18 (prepnutie medzi dvoma režimami systému).

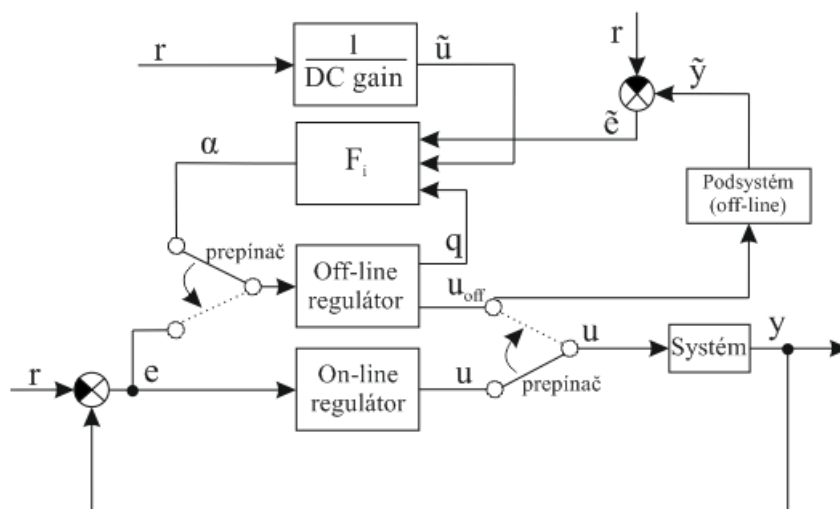


Obr. 6.18 Schéma 1 s beznárazovým prepínaním pre systémy s prepínaním

Uvedená schéma je použitá na simulačných aj reálnych príkladoch.

6.2.2 Vylepšená schéma beznárazového prepínania

Vylepšená schéma beznárazového prepínania opísaná v tejto časti je navrhnutá podľa princípu z [28]. Problém riešenia beznárazového prepínania je odlišný od problému uvedeného v literatúre, pretože uvažujeme aj zmenu dynamiky systému. Pre takýto prípad sme vytvorili novú modifikovanú schému (schéma 2), znázornenú na Obr. 6.19. Schéma 2 obsahuje nové prvky: model systému v neaktívnom režime systému, rozšírený signál $\alpha(k)$ a príslušné zosilnenie režimu systému (DC gain), aby sa prispôbil výstup z off-line regulátora u_{off} pre príslušný režim systému. Túto hodnotu u_{off} nastavujeme tak, aby dosiahla hodnotu približne rovnú hodnote $\tilde{u}(k)$. Off-line signál $\tilde{u}(k)$ umožňuje sledovanie referenčnej hodnoty výstupu systému v off-line režime (model systému + regulátor pre neaktívny režim systému), ako je znázornené na Obr. 6.19.



Obr. 6.19 Schéma 2 s beznárazovým prepínaním pre systémy s prepínaním

Matica F_i je daná v schéme 2 rovnako, ako v predošlej kapitole, podľa vzťahu (6.57). Rozšírený signál $\alpha(k)$ je v tvare:

$$\alpha(k) = F_i \begin{bmatrix} q(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{e}(k) \end{bmatrix} \quad (6.63)$$

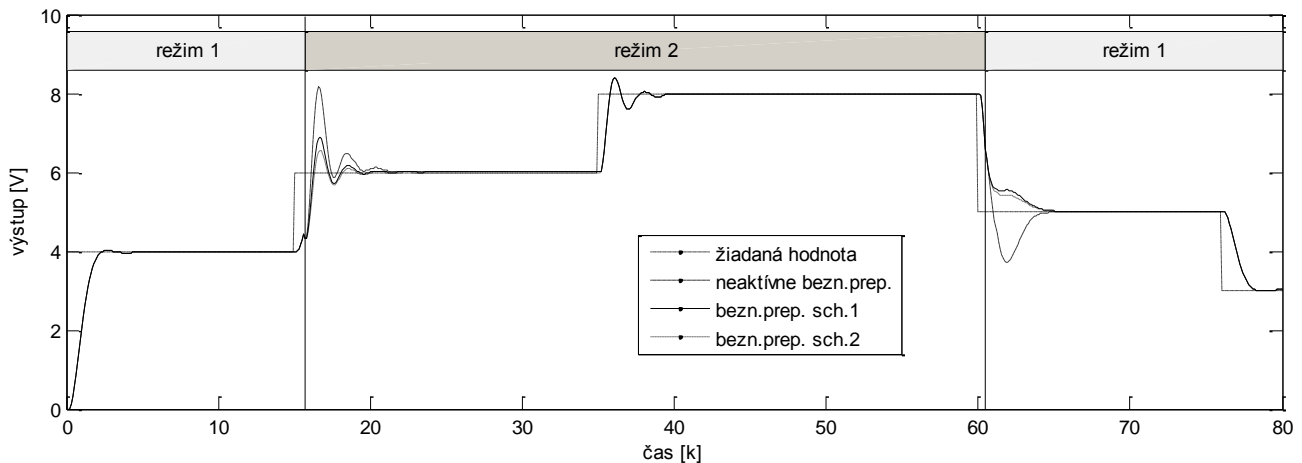
Aplikovaním opísaných prístupov podľa schémy 1 a schémy 2 na Obr. 6.18 a Obr. 6.19, možno navrhnuť beznárazové prepínanie pre systémy s prepínaním, keď riadený systém má dva alebo viac režimov. V prípade, keď sa prepína aj dynamika systému a aj PI regulátory, tak sa predpokladá, že zmena akčného zásahu môže nastať len v čase vzorkovania. Nežiaduce kmity výstupného signálu (v dôsledku prepnutia režimu) sa opísaným návrhom potlačia.

Realizáciou navrhnutých schém s beznárazovým prepínaním nie je ovplyvnená stabilita URO systému, t.j. pri návrhu robustných regulátorov pre systémy s prepínaním je zabezpečená robustná stabilita. Preto v nasledujúcich príkladoch nie je nutné overovať robustnú stabilitu.

V porovnaní navrhutej schémy 2 so schémou 1 treba povedať, že ide o rôzny spôsob prednastavenia off-line regulátora, no v ustálenom stave majú oba návrhy rovnaký výsledok. Preto je konečné nastavenie v oboch prípadoch totožné, pokiaľ sa jedná o prepínanie režimov v ustálenom stave.

6.3 Príklady

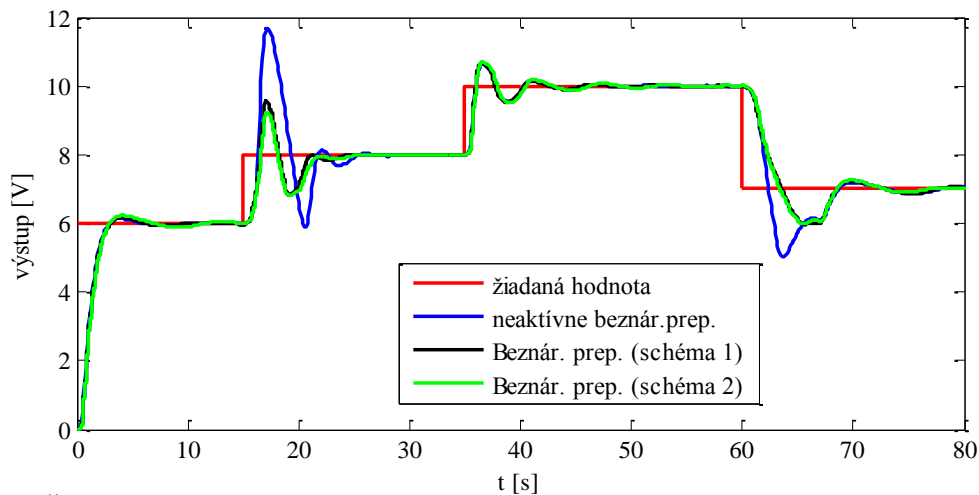
Na simulačných príkladoch sme ukázali rozdiel medzi prepínaním režimov systému s použitím schém beznárazového prepínania a bez použitia týchto schém. V ďalšej časti je znázornený rozdiel medzi jednotlivými schémami (Obr. 6.18 a Obr. 6.19). Aby mohli byť tieto schémy porovnané, je potrebné zmeniť čas prepínania režimu systému, a to počas prechodnej doby v čase, kedy sa systém nenachádza v ustálenom stave. Pretože navrhnuté schémy 1 a 2 sú prednastavené rôznymi spôsobmi vzhľadom na referenčnú hodnotu trajektórie pri príslušnom režime systému, tak do doby ustálenia môžeme pozorovať rôzne priebehy na výstupe systému.



Obr. 6.20 Časový priebeh výstupu systému a žiadanej trajektórie (pre schému 1,2 a bez využitia schémy beznárazového prepínania)

Zo simulačných výsledkov je zrejmé, že navrhnutím beznárazového prepínania podľa schémy 2 môžeme v prípadoch prepnutia docieľiť o niečo lepšie výsledky v porovnaní s výsledkami podľa schémy 1. Proces prednastavenia off-line regulátora je v schéme 2 rýchlejší vzhľadom na referenčnú trajektóriu a režim systému.

Experimenty porovnávajúce metódy s využitím aj bez využitia beznárazového prepínania sme aplikovali a testovali aj na reálnom laboratórnom systéme. Výsledky sú zobrazené na nasledujúcom obrázku. (Obr. 6.21 – sledovanie žiadanej hodnoty)



Obr. 6.21 Časový priebeh výstupnej veličiny systému (pre schému 1, 2 a bez využitia schémy beznárazového prepínania)

V tejto kapitole sme na simulačných aj reálnych experimentoch ukázali prístup využitia beznárazového prepínania, čím dokážeme potlačiť nežiaduce kmity, vznikajúce pri zmene parametrov regulátora, prípadne zmene regulátora, aj dynamiky systému.

Záver

Ciele dizertačnej práce sa zameriavajú na oblasť robustného riadenia hybridných systémov, konkrétne systémov s prepínaním v diskretnej časovej oblasti.

V práci sa zaoberáme súčasným stavom v oblasti návrhu riadenia lineárnych (linearizovaných) neurčitých systémov s prepínaním a vlastnými pôvodnými výsledkami v tejto oblasti. Na začiatku práce sme sa venovali základným typom modelov hybridných systémov, kde existuje viacero prístupov, formulácií a podskupín. Opísali sme niektoré z nich a v ďalšej časti sme sa zamerali na hybridné dynamické systémy s prepínaním v diskretnej časovej oblasti. Keďže sa venujeme prípadom robustného riadenia, bolo dôležité objasniť pojem neurčitosti systému a opísať základné modely takýchto systémov. V ďalšej časti sme sa zamerali na poznatky z teórie, venovanej riešeniu problému stability systémov s prepínaním a analýze stability diskretných neurčitých systémov s prepínaním. Jedným z možných prístupov riešenia tejto problematiky je využitie LMI a BMI formulácií úlohy vychádzajúcich z podmienky kvadratickej, resp. parametricky závislej kvadratickej stability. Vďaka LMI formulácii možno redukovať veľké množstvo problémov v teórii robustného riadenia do konvexnej oblasti a využiť výpočtovo efektívne algoritmy riešenia týchto problémov.

Prínosy dizertačnej práce možno rozdeliť do troch oblastí:

- V prvej časti sme riešili problém obmedzenia akčnej veličiny pri návrhu robustného riadenia pre systémy s prepínaním v diskretnej časovej oblasti pomocou elipsoidálnych invariantných množín. Navrhnuté riešenie sme aplikovali a testovali na modeli dvoch nádrží ako systému s prepínaním. Opísaný a aplikovaný bol návrh pre statické stavové aj výstupné spätnoväzobné riadenie. Výsledky sú uvedené v kapitole 4.
- Ďalším prínosom je využitie LMI prístupu na opis oblastí stability v diskretnej časovej oblasti na umiestnenie pólov systému s prepínaním do uvažovanej oblasti v komplexnej rovine (pole-placement problem), nadviazali sme na predchádzajúce výsledky [32]. Pri návrhu predpísanej oblasti pre umiestnenie pólov sme požadovali istú mieru tlmenia, no keďže v diskretnej oblasti predpísané tlmenie predstavuje nekonvexnú oblasť ohraničenú logaritmickou krivkou, bolo potrebné použiť vhodnú aproximáciu. Testovali sme aproximáciu do oblasti v tvare kruhu aj do

oblasti ohraničenej elipsou. V práci sme tiež na základe náhodne generovaných príkladov systémov s prepínaním overovali, do akej miery je možné dosiahnuť použiteľné výsledky riešenia LMI. Navrhnuté prístupy boli aplikované na reálnom hybridnom systéme dvoch jednosmerných motorčekov aj na simulačnom hybridnom modeli dvoch nádrží. Výsledky z tejto oblasti sú opísané v kapitole 5.

- Pri prepínaní režimov systému z predchádzajúcich úloh vznikali nežiaduce kmity na výstupe systému, spôsobené náhlou zmenou parametrov regulátora a dynamiky systému, čo nás motivovalo venovať sa tejto problematike. Poslednou oblasťou s vlastnými prínosmi, riešenou v dizertačnej práci bol návrh beznárazového prepínania pre hybridné systémy s prepínaním. Princíp spočíval v navrhnutí schémy, kde sa nachádzajú neaktívne regulátory a modely neaktívnych módov (režimov) systému a práve stavy týchto neaktívnych regulátorov je potrebné prednastaviť tak, aby sme pri prepnutí režimu a následnej aktivácii týchto regulátorov dosiahli minimálne kmity na výstupe systému. Samozrejme, miera vylepšenia závisí od rôznych faktorov (dynamika zmeny akčnej veličiny, parametre regulátorov medzi ktorými prepíname, celková zmena dynamiky systému vzhľadom na zmenu režimu). Navrhnuté schémy boli aplikované na reálnom hybridnom systéme dvoch jednosmerných motorčekov, výsledky sú opísané v kapitole 6.

Na základe výsledkov prezentovaných v dizertačnej práci možno povedať, že ciele dizertačnej práce boli splnené, pôvodnosť výsledkov možno dokumentovať ich publikovaním na domácich a významných medzinárodných konferenciách, aj v časopisoch. Všetky odvodené prístupy a algoritmy riadenia sú súčasťou prílohy na priloženom CD, ktoré môžu v budúcnosti slúžiť pri ďalšej vedeckej ako aj pedagogickej činnosti.

Literatúra

- [1] M. C. De Oliveira, J. Bernussou, J. G. Geromel, (1999). A new discrete time robust stability condition. *System & Control Letters*, Vol. 37, Issue 4, pp. 261-265
- [2] V. L. Kharitonov (1979). Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of systems of linear differential equations. Translation in *Differential Equations*, Vol. 14, 1979, pp. 1483-1485
- [3] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, (1994). *Linear matrix inequalities in system and control theory*. SIAM Studies in Applied Mathematics. Philadelphia. ISBN: 978-0-89871-485-2
- [4] A. C. Barlett, C. V. Hollot, H. Lin, (1988). Root location of an entire polytope of polynomials: It sufficient to check the edges. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, Vol. 1, pp. 61-71, ISSN: 0932-4194.
- [5] H. Chapellat and S. P. Bhattacharyya, (1989). A generalization of Kharitonov's theorem: Robust stability of interval plants. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-34, No. 3, pp. 306-311.
- [6] W. P. M. H. Heemels, J. M. Schumacher and S. Weiland, (2000). Linear complementarity systems. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 60, No. 4, pp. 1234-1269.
- [7] W. P. M. H. Heemels, B. Schutter, A. Bemporad, (2001). Equivalence of hybrid dynamical models. *Automatica*, Vol. 37, Issue 7 pp. 1085-1091.
- [8] J. Daafouz, P. Riedinger, and C. Iung, (2002). Stability Analysis and Control Synthesis for Switched Systems: A Switched Lyapunov Function Approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 47, No. 11, pp. 1883-1887
- [9] V. Veselý, L. Harsányi (2008). *Robustné riadenie dynamických systémov*. ISBN: 8022728010

- [10] E. Maherzi, J. Bernussou and R. Mhiri (2007). Stability and Stabilization for uncertain switched systems, a polyquadratic Lyapunov approach. *Int. Journal on Sciences and Techniques of Automatic control* Vol. 1, No 1., pp. 61-74
- [11] J. Daafouz and J. Bernussou (2001). Parameter dependent Lyapunov functions for discrete time systems with time varying parametric uncertainties. *Systems & control letters*, Vol. 43, Issue 5, pp. 355-359.
- [12] H. R. Shaker, and J. P. How (2010). Stability analysis for class of switched nonlinear systems. *American Control Conference (ACC)*, Baltimore, USA, pp. 2517-2520.
- [13] D. Mignone, G. Ferrari-Trecate, M. Morari, (2000). Stability and stabilization of piecewise affine and hybrid systems: An LMI approach. *Decision and Control. Sydney. Proceedings of the 39th IEEE Conference on*, Vol.1, pp.504-509.
- [14] Hai Lin and Panos J. Antsaklis, (2009). Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 54, No. 2, pp. 308-322.
- [15] R. A. Decarlo, M. S. Branicky, S. Pettersson, and B. Lennartson, P. J. Antsaklis, Ed., (2000). Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid systems. *Proc. IEEE: Special Issue Hybrid Systems*, Vol. 88, Issue 7, pp. 1069-1082
- [16] J. P. Hespanha, H. Unbehauen, Ed., (2004). Stabilization through hybrid control. *Proc. Encyclopedia Life Support Syst. (EOLSS), Control Systems, Robotics and Automation*, Vol. XV, Oxford, U.K.
- [17] M. Johansson, (2003). *Piecewise Linear Control Systems: A Computational Approach*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, vol. 284, ISBN: 978-3-540-44124-3
- [18] D. Liberzon, (2003). *Switching in Systems and Control*. Boston, MA: Birkhauser, ISBN: 978-1-4612-9574-0.
- [19] D. Liberzon and A. S. Morse (1999) Basic problems in stability and design of switched systems. *IEEE Control Systems*, Vol. 19, Issue 5, pp. 59-70.
- [20] D. Liberzon, (1998). Stabilizing a linear system with finite-state hybrid output feedback. *The 7th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*.
- [21] Z. Gajic, M.T.J. Qureshi (1995). *Lyapunov matrix equation in system stability and control*. Academic Press, Inc., ISBN: 0-12-273370-3.
- [22] M. Johansson and A. Rantyer (1997). Computation of piecewise quadratic Lyapunov functions for hybrid systems, in *Proc. European Control Conf.*, Brussels, Belgium.
- [23] D. Peaucelle, D. Arzelier, O. Bachelier and J. Bernussou (2000) A new robust D -stability condition for real convex polytopic uncertainty. In: *Systems & Control Letters* 40 (1), pp. 21-30.
- [24] J. Ackerman (1993). *Robust Control Systems with Uncertain Physical parameters*, Springer-Verlag, London, ISBN 978-1-4471-3365-0.
- [25] V. Veselý and D. Rosinová, (2014). Robust MPC Controller design for switched systems using multi-parameter dependent Ljapunov function. *Int. J. of Innovative Computing, Information and Control*, Vol.10 No.1, pp.269-280.
- [26] P. J. Campo, M. Morari, and C. N. Nett, (1989). Multivariable anti-windup and bumpless transfer. A general theory. *Proceedings of the 1989 American Control Conference*, pp. 1706-1711.
- [27] R. Hanus (1988). Anti-windup and bumpless transfer: a survey. In *Proceedings of the 12th IMACS world congress*. Vol. 2, pp. 59-65, Paris, France.
- [28] M. C. Turner and D. J. Walker (2000). Linear quadratic bumpless transfer. *Automatica*, Vol. 36, Issue 8, pp. 1089-1101.
- [29] M. Chilali, P. Gahinet, and P. Apkarian, (1999). Robust Pole Placement in LMI Regions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Volume 44, pp. 2257-2270.
- [30] P. Brunovský (1980). *Matematická teória optimálneho riadenia*, Alfa, Bratislava, ISBN 63-101-80.
- [31] R. E. Skelton, T. Iwasaki and K. Grigoriadas (1998). *A Unified Algebraic Approach to Linear Control Design*, Taylor and Francis, Ltd, London, ISBN 0-7484-0592-5.
- [32] I. Holič (2013). *Robustné riadenie dynamických systémov*. Dizertačná práca, Slovenská Technická Univerzita v Bratislave, Fakulta Elektrotechniky a Informatiky.

- [33] M. Chilali and P. Gahinet, (1996). H_∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 41, No. 3, pp 358-367.
- [34] W. Bao, Y. Qi, D. Yu, Z. Yao and J. Zhao (2012). Bumpless switching scheme design and its application to hypersonic vehicle model. International Journal of Inovative -Computing, Information and Control, Vol. 8, N.1(B), pp. 677-689. ISSN 1349-4198.
- [35] Š. Kozák (2005). Lineárne systémy. Materiály k prednáškam, Slovenská Technická Univerzita v Bratislave.

Vlastné publikované práce

Vedecké práce v zahraničných časopisoch

- [36] P. Valach and D. Rosinová (2015). Comparison of two bumpless transfer methods for a discrete-time switched system with robust control. In: CYBERNETICS AND PHYSICS Journal, Vol. 4, No. 2, pp 49 -57. ISSN: 2226-4116
- [37] R. Krasňanský, P. Valach, D. Soós, and J. Zorbakhsh (2015). Reference trajectory tracking for a multi-DOF robotarm. In: Archives of Control Sciences. ISSN: 1230-2384. Submitted on 16.July, 2015.

Príspevky publikované na zahraničných vedeckých konferenciách

- [38] D. Rosinová and P. Valach (2015). Discrete-time controller for a switched system with bumpless transfer. In IN-TECH 2015 : Preceedings of the International conference on innovative technologies. Dubrovnik, Croatia, Rijeka: Engineering University of Rijeka, pp. 339-342, ISSN: 1849-0662.
- [39] P. Valach and D. Rosinová (2015). Bumpless transfer for a discrete-time switched system with robust control. In PhysCon 2015: 7th International Conference on Physics and Control. Turkey, Istanbul, IPACS Electronic library: <http://lib.physcon.ru/doc?id=e4cebc746632>
- [40] P. Valach and D. Rosinová (2014). Switched system robust control: pole-placement LMI based approach. In: Proceedings of the 15th International Carpathian Control Conference: ICC 2014, Velké Karlovice, Czech republic. IEEE-Czechoslovakia Section of IEEE, pp. 491-496. ISBN: 978-1-4799-3527-7.
- [41] R. Krasňanský and P. Valach (2013). Explicit Model Predictive Control of a System with Hybrid Dynamics. In: 3rd International Conference on Advanced Control Circuits and Systems (ACCS'013); 2nd International Conference on New Paradigms in Electronics and Information Technology (PEIT'013). Luxor, Egypt.
- [42] D. Rosinová and P. Valach (2013). Two Tank Energy Storage System: Robust Switched System Control with Input Constraints. In: Proceedings of Technical University of Sofia: Science Days. Sozopol, Bulgaria. Vol. 63, Issue 5 pp. 17-26. ISSN: 1311-0829.

Príspevky publikované na domácich vedeckých konferenciách

- [43] P. Valach and D. Rosinová (2015). Robust static output feedback control for Switched systems with input constraints. In IFAC-PapersOnLine: 8th IFAC Symposium on Robust Control Design ROCOND 2015. Bratislava, Slovakia, Vol. 48, No. 14, pp. 343–348. ISSN 2405-8963.
- [44] T. Puleva, D. Rosinová, T. Slavov and P. Valach (2014). Gain scheduling control of two tank energy storage system. In: Power Engineering 2014. Control of Power Systems 2014: Proceedings of the 11th International Scientific Conference CPS 2014, Tatranské Matliare, Slovak republic, STU, pp. 25-29. ISBN: 978-80 89402-71-7.

- [45] P. Valach and R. Krasňanský (2014). Comparison of modern control methods on a hybrid switched system. In: Kybernetika a informatika 2014. Ošadnica, Slovak republic, ISBN: 978-80-227-4122-4.
- [46] R. Krasňanský and P. Valach (2014). Robust static output feedback control for switched systems with input constraints. In: ELITECH'14: 16th Conference of Doctoral Students. Bratislava, Slovak republic, ISBN: 978-80-227-4171-2.
- [47] P. Valach and R. Krasňanský (2013). Robust Stabilization of Switched Two-tank System Model via State Feedback PI Controller. In: Proceedings of the 19th IEEE International Conference on Process Control. Štrbské Pleso, Slovak republic: Piscataway, pp. 445-450. ISBN: 978-80-227-3951-1.
- [48] P. Valach (2013). State Feedback Stabilization with Input Constraints of Switched System. In: ELITECH'13: 15th Conference of Doctoral Students. Bratislava, Slovak republic, ISBN: 978-80-227-3947-4.
- [49] P. Valach (2012). Modeling and Control of Hybrid Two-Tank System. In: ELITECH'12: 14th Conference of Doctoral Students. Bratislava, Slovak republic, ISBN: 978-80-227-3705-0.

Tlač brožúry:

Tlač, vlastnosti, možnosti dokumentu: tlač na obe strany, brožúra, listovanie zľava, dve strany na hárok