

**Ing. Jozef Bendík**

**Autoreferát dizertačnej práce**

**Elektromagnetické polia v okolí vonkajších  
silových vedení**

na získanie akademického titulu  
(„doktor“ („philosophiae doctor“, v skratke „PhD.“)

V doktorandskom študijnom programe:  
V študijnom odbore:

**Elektroenergetika**  
5.2.30 Elektroenergetika

**Miesto a dátum:** Bratislava, 20.7.2018

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE FAKULTA  
ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY**

**Ing. Jozef Bendík**

**Autoreferát dizertačnej práce**

**Elektromagnetické polia v okolí vonkajších  
silových vedení**

na získanie akademického titulu  
(„doktor“ („philosophiae doctor“, v skratke „PhD.“))

V doktorandskom študijnom programe:      Elektroenergetika

**Miesto a dátum:** Bratislava, 20.7.2018

**Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia.**

**Na** Ústav elektroenergetiky a aplikovanej elektrotechniky  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Slovenská technická univerzita v Bratislave

**Predkladateľ:** **Ing. Jozef Bendík**  
Slovenská technická univerzita v Bratislave  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Ústav elektroenergetiky a aplikovanej elektrotechniky  
Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava

**Školiteľ:** **Doc. Ing. Žaneta Eleschová, PhD.**  
Slovenská technická univerzita v Bratislave  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Ústav elektroenergetiky a aplikovanej elektrotechniky  
Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava

**Oponenti:** **prof. Ing. Juraj Altus, PhD.**  
Žilinská univerzita v Žiline  
Elektrotechnická fakulta  
Katedra výkonových elektrotechnických systémov  
Univerzitná 1, 010 26 Žilina

**Ing. Ľuboš Skurčák, PhD.**  
VUJE, a.s.  
Okružná 5, 918 64 Trnava

**Autoreferát bol rozoslaný**.....

**Obhajoba dizertačnej práce sa koná:** ..... o ..... hod.

**Na** Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Slovenská technická univerzita v Bratislave  
Ilkovičova 3, miestnosť: C-417

.....  
**prof. Dr. Ing. Miloš Oravec**  
**dekan fakulty**

# Obsah

|                                                                                                               |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Zoznam skratiek a terminológia</b>                                                                         | <b>x</b>  |
| <b>Úvod</b>                                                                                                   | <b>1</b>  |
| <b>Ciele dizertačnej práce</b>                                                                                | <b>2</b>  |
| Tézy dizertačnej práce . . . . .                                                                              | 2         |
| <b>1 Súčasný stav riešenia elektromagnetických polí</b>                                                       | <b>3</b>  |
| 1.1 Príčiny vzniku, vlastnosti a opis pol'a . . . . .                                                         | 3         |
| 1.2 Zjednodušený výpočet intenzity elektrického pol'a . . . . .                                               | 5         |
| 1.3 Zjednodušený výpočet indukcie magnetického pol'a pomocou Ampérovho zákona . . . . .                       | 6         |
| 1.4 Softvérové aplikácie v praxi . . . . .                                                                    | 6         |
| <b>2 Rozšírený matematický model elektromagnetického pol'a v okolí vodičov vonkajších elektrických vedení</b> | <b>8</b>  |
| 2.1 Zvolený súradnicový systém . . . . .                                                                      | 9         |
| 2.2 Výpočet intenzity elektrického pol'a . . . . .                                                            | 9         |
| 2.3 Výpočet indukcie magnetického pol'a . . . . .                                                             | 15        |
| 2.4 Ďalšie hodnotiace veličiny . . . . .                                                                      | 16        |
| 2.5 Výpočet elektrostatickej a elektromagnetickej indukcie . . . . .                                          | 18        |
| 2.6 Komplexný Poyntingov vektor . . . . .                                                                     | 21        |
| 2.7 Vyššie harmonické . . . . .                                                                               | 21        |
| 2.8 Verifikácia rozšíreného matematického modelu . . . . .                                                    | 21        |
| 2.9 Analýza vybraných vplyvov na veľkosť elektromagnetického žiarenia . . . . .                               | 23        |
| <b>3 Technické využitie meraných veličín elektromagnetických polí vonkajších elektrických vedení</b>          | <b>24</b> |
| 3.1 Určenie prúdovej nesymetrie . . . . .                                                                     | 24        |
| 3.2 Experimentálne meranie v objekte laboratória vysokých napätí . . . . .                                    | 26        |
| <b>4 Prínosy pre prax</b>                                                                                     | <b>28</b> |
| <b>Záver</b>                                                                                                  | <b>30</b> |
| <b>Literatúra</b>                                                                                             | <b>32</b> |
| <b>Zoznam publikácií autora</b>                                                                               | <b>38</b> |

# Zoznam skratiek a terminológia

## Veličiny

$E$  [V/m] – intenzita elektrického poľa

$B$  [T] – indukcia magnetického poľa

$I$  [A] – prúd

$U$  [V] – napätie

$J$  [A/m<sup>2</sup>] – prúdová hustota

$Q$  [C] – náboj

$q$  [C/m<sup>3</sup>] – objemová hustota náboja

$\tau$  [C/m] – lineárna hustota náboja

$S$  [W/m<sup>2</sup>] – Poyntingov vektor - komplexná hodnota

$P$  [W/m<sup>2</sup>] – Poyntingov vektor - reálna hodnota

$Q$  [W/m<sup>2</sup>] – Poyntingov vektor - imaginárna hodnota

$c$  [m] – parameter reťazovky

$\epsilon_0 = 8.854187817 \cdot 10^{-12}$  [F/m] – permitivita vákua  $\approx$  permitivita vzduchu

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m] – permeabilita vákua  $\approx$  permeabilita vzduchu

## značenia

$\rightarrow$  vektor

$\wedge$  fázor

$\hat{=}$  fázor-vektor

$_{rms}$  efektívna hodnota<sup>1</sup>

$_m$  vrcholová maximálna hodnota

---

<sup>1</sup>root mean square

# Úvod

Vonkajšie elektrické vedenia sú zdrojom nízkofrekvenčného elektromagnetického poľa. Toto žiarenie označujeme ako neionizujúce žiarenie extrémne nízkej frekvencie. Existujú dve primárne hľadiská tvoriace motiváciu pre výskum v tejto oblasti, technické a zdravotné vplyvy. Technické aspekty sú primárnym obsahom tejto práce.

Pri projektovaní vonkajších elektrických vedení sú tieto dve hľadiská skĺbené. Hygienické štúdie sú povinnou súčasťou projektu návrhu vonkajších elektrických vedení. Častokrát sa projektant stretáva aj s požiadavkou výpočtu indukovaných napätí pri ustálených alebo prechodných stavoch okolitej infraštruktúry.

Problematikou výpočtu elektromagnetických polí v okolí vedení sa ľudia zaujímali už v druhej polovici dvadsiateho storočia. Avšak metódy, ktoré boli v tom čase vyvinuté, sa opierajú o mnohé zjednodušenia. S postupným rastom výkonu výpočtových technológií je však možné analyzovať elektromagnetické polia omnoho dôkladnejšie a presnejšie. V práci je predložený rozšírený matematický model, ktorý do výpočtu zahŕňa reálny tvar vodiča, reálny terén a prevádzkové vplyvy. Rozšírený model bol v práci softvérovým implementovaný a výpočet realizuje v trojrozmernom priestore. Uvažuje s indukčným vplyvom vonkajších elektrických vedení na okolité objekty ako sú ploty, zemné laná a potrubia.

Indukované napätia na infraštruktúre v okolí elektrických vedení, ako napr. ropovody a plynovody, sú v posledných rokoch oblasťou vyššieho technického záujmu. Môžu totiž spôsobovať bludné prúdy a následne koróziu zariadení. Ich vplyvom môže dôjsť k ohrozeniu zdravia osôb v kontakte s takýmito objektami.

Elektromagnetické polia vonkajších elektrických vedení majú význam vo vývoji nových druhov zariadení na lokalizáciu porúch. Sú nositeľmi informácie o ustálených a prechodných dejoch na elektrických vedeniach.

# Ciele dizertačnej práce

Cieľom dizertačnej práce je vytvorenie rozšíreného matematického modelu, ktorý bude softvérovovo implementovaný. Tento model zahŕňa faktory ovplyvňujúce polia, ako terén, prostredie, objekty v okolí vedenia, vyššie harmonické a pod. Pridanou hodnotou voči dostupným komerčným riešeniam je jeho flexibilita v nastaveniach, široká škála možností použitia a jednoduchosť používateľa. To sa dosiahne zameraním sa pri výpočte elektromagnetických polí len na kategóriu polí v okolí vodičov tvaru reťazovky. Voči iným modelom sa odlišuje komplexným spracovaním výpočtu postavenom na minimalizácii zjednodušenia modelu.

Model je v práci viacnásobne overený. Na overenie slúži softvérové porovnanie, ale aj reálne a laboratórne merania.

V práci je rozšírený matematický model využitý pri analýze technického potenciálu elektromagnetických polí vonkajších elektrických vedení. Na základe spracovaných analýz je vytvorený a otestovaný prototyp meracieho zariadenia magnetickej indukcie. Jeho účelom je analýza vedení z pohľadu prevádzkového stavu a obsahu vyšších harmonických.

V rámci práce sú ďalej vykonané merania elektromagnetických polí v okolí rozvodní a transformátorov všetkých napäťových úrovní. Merania sú vykonané aj v priestoroch ako vlaky a obytné budovy v blízkosti elektrických vedení a pod. Tieto údaje sú analyzované z pohľadu hodnôt polia a obsahu harmonických. Ich hodnoty sú porovnané s vypočítanými hodnotami elektromagnetických polí v okolí vedení ZVN a VVN pre stav s maximálnym zaťažením a oteplením vodiča, kombinácia najhorších okrajových podmienok.

Na splnenie vybraných cieľov sú definované nasledujúce tézy dizertačnej práce.

## Tézy dizertačnej práce

1. Vytvorenie matematického modelu pre výpočet elektrických a magnetických polí vonkajších silových vedení
2. Verifikácia matematického modelu laboratórnymi meraniami a merania na reálnych vedeniach.
3. Merania elektrických a magnetických polí iných silových zariadení.
4. Stanovenie ďalšieho technického využitia nameraných veličín elektrických a magnetických polí.

# Kapitola 1

## Súčasný stav riešenia elektromagnetických polí

Frekvencia elektromagnetického žiarenia vonkajších elektrických vedení má hodnotu siet'ovej frekvencie hodnoty 50 Hz prípadne 60 Hz. Podľa kategorizácie ide o neionizujúce<sup>1</sup> nízko-frekvenčné žiarenie (ELF).

Súčasný stav riešenia elektromagnetických polí predstavuje matematický model ELF v okolí vodičov vonkajších elektrických vedení, ktorý je všeobecne známi povahou a vlastnosťami pol'a, a tiež samotným modelom systému vodičov medzi dvoma stožiarimi.

### 1.1 Príčiny vzniku, vlastnosti a opis pol'a

ELF v okolí vodičov vonkajších vedení vzniká v dôsledku rozloženia náboja, ktorý je spôsobený rozdielom potenciálov medzi zemou a fázovými vodičmi a pohybu voľných nosičov náboja, elektrického prúdu.

Zložky elektromagnetického žiarenia sú intenzita elektrického pol'a  $E$  a intenzita magnetického pol'a  $H$ , pričom však budeme pracovať s magnetickou indukciou  $B$ . Vzťah medzi  $B$  a  $H$  v lineárnom prostredí je [2]:

$$B = \mu_0 H \quad (1.1)$$

**Fázor-vektor** Na opis ELF v blízkosti vodičov vonkajších vedení používame fázory a vektory. Vektor je charakterizovaný veľkosťou a priestorovým uhlom alebo tromi priestorovými zložkami, rovnica 1.2. [3] [4]

$$\vec{B} = [B_x; B_y; B_z] \quad (1.2)$$

Fázor je veličina opisujúca periodickú, sínusoidnú, časovú zmenu veličiny, rotujúci vektor, ktorý charakterizujeme pomocou veľkosti amplitúdy a uhla, rovnica 1.3. Uhol  $\phi_x$  značí fázový posun. [3]

$$B_x(t) = B_x \cos(\omega t + \phi_x) = \Re\{B_x e^{j\phi_x} e^{j\omega t}\} = B_x \angle \phi_x = \hat{B}_x \quad (1.3)$$

Ak je každý z troch ortogonálnych komponentov vektora fázorom, výsledná veličina je v čase a priestore rotujúci vektor čiže fázor-vektor, rovnica 1.4. [5]

$$\hat{\vec{B}} = [\hat{B}_x; \hat{B}_y; \hat{B}_z] = [B_x \angle \phi_x + B_y \angle \phi_y + B_z \angle \phi_z] = [B_{x_{re}} + jB_{x_{im}}; B_{y_{re}} + jB_{y_{im}}; B_{z_{re}} + jB_{z_{im}}] \quad (1.4)$$

<sup>1</sup>Neionizujúce žiarenie nespôsobuje ionizáciu prostredia. Jeho energia je nedostatočná, aby daný jav spôsobila a jeho možnosti interakcie s hmotou sú menšie. Vie ale spôsobiť excitáciu elektrónov a fotochemické reakcie. [1]

**Efektívna hodnoty** Okrem vrcholovej hodnoty sa omnoho častejšie pri harmonických poliach používa opis ELF pomocou efektívnej hodnoty. Pre harmonické polia charakteru platí nasledovné [6] :

$$B_{rms}^{\hat{}} = \frac{\hat{B}_m}{\sqrt{2}} \quad E_{rms}^{\hat{}} = \frac{\hat{E}_m}{\sqrt{2}} \quad (1.5)$$

Efektívna hodnota, na základe ktorej vyhodnocujeme hygienické posúdenie, je skalárna veličina.  $B_{rms}$ , analogicky  $E_{rms}$ , vyjadríme nasledovne:

$$B_{rms} = \sqrt{\operatorname{Re}\{B_{rms}^{\hat{}}\}^2 + \operatorname{Im}\{B_{rms}^{\hat{}}\}^2} \quad (1.6)$$

V ďalšom texte bude pre zjednodušenie zápisov dolný index efektívnej hodnoty  $_{rms}$  zámerne vynechaný.

**Maxwellove rovnice v diferenciálnom tvare** Pri výpočte ELF, tvoreného vonkajším elektrickým vedením, budeme vychádzať z Maxwellových rovníc v diferenciálnom tvare pre elektromagnetické pole [7]:

$$I. \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1.7)$$

$$III. \quad \operatorname{div} \vec{E} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1.9)$$

$$II. \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.8)$$

$$IV. \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (1.10)$$

Náboje  $Q$  sú vždy rozložené v telese v celom jeho objeme, pre reálny vodič však môžeme povedať, keďže jeho dva rozmery sú zanedbateľné oproti jeho dĺžkovému rozmeru, že náboj je rozložený na oblúku  $l$  krivky a jeho lineárna hustota náboja  $\tau$  je daná:

$$\tau = \frac{\partial Q}{\partial l} \quad (1.11)$$

**Kvázistacionárne elektromagnetické pole** Kvázistacionárne elektromagnetické pole definujeme tak, že dochádza k zmenám makroskopických veličín ( $B$  a  $E$ ) ale ich zmena je relatívne pomalá.

**Podmienka pre kvázistacionárne pole** V prípade ak je perióda kmitov elektromagnetického poľa  $T$  omnoho väčšia ako čas šírenia poľa  $v$  v danom prostredí, potom môžeme považovať rýchlosť šírenia elektromagnetickej vlny v takomto prostredí za nekonečnú [10]:

Pre kvázistacionárne pole vo vákuu teda, že môžeme v I. a II. Maxwellovej rovnici zanedbať časové derivácie. [6]

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \approx 0 \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \approx 0 \quad (1.12)$$

Maxwellove rovnice majú pre kvázistacionárne ELF okolo vodiča tvar:

$$I. \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (1.13)$$

$$III. \quad \text{div } \vec{E} = \frac{\tau}{\epsilon_0} \quad (1.15)$$

$$II. \quad \text{rot } \vec{E} = 0 \quad (1.14)$$

$$IV. \quad \text{div } \vec{B} = 0 \quad (1.16)$$

Ako je možné vidieť, previazanosť polí zanikla a výpočet sa týmto spôsobom rozdelil na dve samostatné úlohy.

**Princíp superpozície elektrických a magnetických polí** Pokiaľ je sústava Maxwellových rovníc v diferenciálnom, prípadne integrálnom tvare lineárna, je dôsledkom tejto vlastnosti princíp superpozície elektrických a magnetických polí. Linearita Maxwellových rovníc je zabezpečená vo vákuu a v dielektricky a magneticky lineárnych prostrediach, medzi ktoré patrí aj vzduch [6] [8]. Intenzita elektrického poľa  $\vec{E}$  vybudeneho v lineárnom prostredí voľným nábojom

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad (1.17)$$

sa rovná súčtu intenzít  $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$  elektrických polí vybudeneých v tom istom prostredí jednotlivými voľnými nábojmi  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ . Platí teda:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n \quad (1.18)$$

Indukcia magnetického poľa  $\vec{B}$  vybudená v lineárnom prostredí prúdom

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad (1.19)$$

sa rovná súčtu indukcií magnetického poľa vybudeneých v tom istom prostredí jednotlivými prúdmi  $I_1, I_2, \dots, I_n$ . Platí teda:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n \quad (1.20)$$

## 1.2 Zjednodušený výpočet intenzity elektrického poľa

Intenzita elektrického poľa je dôsledkom rozloženia nábojov v priestore medzi vodičom a zemou. Keďže vedenia sú líniové stavby zjednodušený výpočet sa obmedzuje na dvojrozmerný model v priečnom reze na vedenie. Vodiče sú v takomto prípade považované za nekonečne dlhé líniové vodiče uložené v mieste maximálneho priehybu. Model uvažuje vždy so symetrickým rozpätím a neuvažuje vplyv nerovného terénu. Intenzitu elektrického poľa od jedného vodiča v takomto modeli definujeme nasledovne:

$$\hat{E} = \frac{\hat{\tau}}{4\pi\epsilon r} + \frac{-\hat{\tau}}{4\pi\epsilon r'} \quad (1.21)$$

$r$  – vzdialenosť pozorovateľa od vodiča

$r'$  – vzdialenosť pozorovateľa od obrazu vodiča

V tomto prípade sa využíva zjednodušený Coulombov zákon v kombinácii s metódou zrkadlenia, opis v časti 2.2. Celková intenzita elektrického poľa je súčtom intenzity od náboja na fázovom vodiči a náboja na zemi reprezentovaného nábojom na imaginárnom vodiči. Lineárna hustota náboja sa vypočíta pomocou Maxwellových potenciálových koeficientov, časť 2.2. Pole od systému viacerých vodičov sa vypočíta superpozíciou poľa z jednotlivých zdrojov. [3].

### 1.3 Zjednodušený výpočet indukcie magnetického poľa pomocou Ampérovho zákona

indukcia magnetického poľa je dôsledkom prúdov vo vodičoch. Zjednodušený model sa obmedzuje na dvojrozmerný model v priečnom reze na vedenie. Vodiče sú v takomto prípade považované za nekonečné dlhé líniové vodiče uložené v mieste maximálneho priehybu. Model uvažuje vždy so symetrickým rozpätím a neuvažuje vplyv nerovného terénu. Indukciu magnetického poľa od jedného vodiča v takomto modeli definujeme nasledovne pomocou Ampérovho zákona:

$$\hat{B} = \frac{\mu_0 \hat{I}}{2\pi r} \quad (1.22)$$

$r$  – vzdialenosť pozorovateľa od vodiča

Pole od systému viacerých vodičov sa vypočíta superpozíciou poľa z jednotlivých zdrojov.

### 1.4 Softvérové aplikácie v praxi

V praxi výpočty ELF rozdelíme na:

- výpočty zjednodušeného dvojrozmerného modelu. Pole je opísané rovnicami 1.22 a 1.21. Výpočet sa obmedzuje na dvojrozmerné úlohy a riešenie je realizované v mieste maximálneho priblíženia vodičov. Ide o analytické riešenie, ktoré obsahuje veľké množstvo zjednodušení. Riešenie nie je časovo náročné a poskytuje výsledky vhodné na legislatívne hodnotenie elektromagnetických polí. Model zlyháva pri riešení komplikovaných nesymetrických úloh. V projekcii elektrických vedení ide o najčastejšie využívaný prístup. Zároveň je tento druh riešenia najmenej nákladný. Výpočet je možné realizovať v programoch MS Exel. Ďalšie softvéry, ktoré využívajú tento prístup, sú napr.:
  - OVERHEAD
  - PLS-CADD. Caddový softér najčastejšie používaný na projekciu elektrických vedení.
- výpočty rozšíreného modelu. Model opísaný v tejto kapitole je možné rozšíriť implementovaním ďalšieho rozmeru alebo terénu a pod.. Komerčné softvéry neuvádzajú spôsob ani metodiku ich výpočtu, ide o ich firemné tajomstvo. Tieto softvéry sú špecificky zamerané na problematiku vonkajších vedení, rozvodní a pod. a nie je ich možné použiť ako univerzálny nástroj riešenia problémov v elektromagnetizme. Riešenie polí je vždy numerické. Rozšírený model a softvérova implementácia sú hlavným prínosom tejto dizertačnej práce. Je tu uvedený jeho opis, verifikácia a analýza vlastností. Výpočet nie je možné realizovať na jednoduchých výpočtových prostrediach a je potrebná znalosť programovania. Komerčné dostupné softvéry sú napr.:
  - EFC-400
  - EMF Workstation
- výpočty postavené na metóde konečných prvkov, kedy je pole opísané sústavou diferenciálnych rovníc.

Metóda konečných prvkov (MKP) je variačná metóda, ktorá slúži na riešenie problémov elektromagnetizmu, plynov, kvapalín, mechaniky kontinua a pod. Jej podstata spočíva v diskretizácii spojitých konštrukcií na konečný počet prvkov prepojených v uzloch delenia. Ide o numerické riešenie, ktoré umožňuje výpočet realizovať v troch rozmeroch. Tvorba modelu a samotný výpočet je v tomto prípade časovo náročný proces, ktorý vyžaduje aj vyšší výpočtový výkon. Doba výpočtu sa v závislosti od zložitosti riešenej úlohy a dostupného výpočtového výkonu pohybuje v rozmedzí od desiatok minút po desiatky hodín. Softvéry pracujúce na princípe MKP sú univerzálne nástroje na riešenie úloh elektromagnetizmu. Komerčne dostupné softvéry sú napr.:

- Ansys Maxwell
- QuickField
- Comsol
- Abaqus
- Nastran

Z praktického hľadiska ide o finančne veľmi nákladné softvéry. V prípade ak projektant potrebuje riešiť len ELF ide o neekonomické riešenie polí.

## Kapitola 2

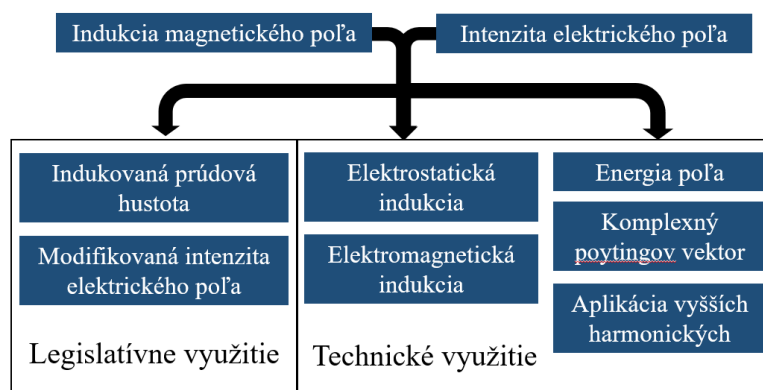
# Rozšírený matematický model elektromagnetického poľa v okolí vodičov vonkajších elektrických vedení

V rámci dizertačnej práce bol vytvorený rozšírený matematický model elektromagnetického poľa v okolí vodičov vonkajších elektrických vedení.

Základom rozšíreného modelu je superpozícia príspevkov intenzity elektrického poľa a indukcie magnetického poľa. Rozšírený model nahrádza analytické riešenia numerickým integrovaním postupných intervalov. Týmto spôsobom je rozšírený model na rozdiel od štandardného schopný výpočtu elektromagnetických polí vonkajších elektrických vedení v komplikovanejších a realistejších situáciach. Hlavnou prednosťou rozšíreného modelu je eliminácia bežných zjednodušení výpočtu ELF v okolí vonkajších elektrických vedení. Rozšírený model v sebe implementuje:

- priestorový výpočet,
- vplyv reálneho tvaru vodiča,
- nesúmernosť rozptatia vonkajších elektrických vedení,
- situácie neparalelných vodičov,
- reálny tvar terénu,
- prevádzkové stavy na vedení,
- výpočet Poyntingovho vektora.

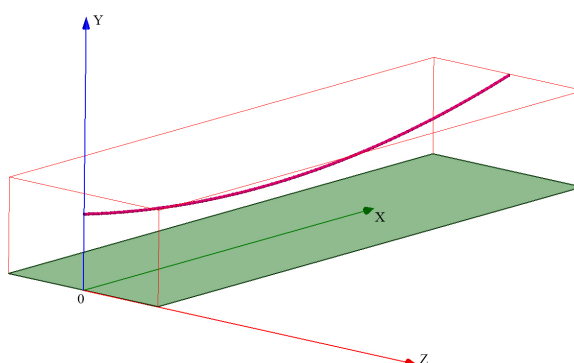
Rozšírený matematický model je nadstavbou súčasného stavu problematiky. Základným výstupom rozšíreného modelu sú hodnoty indukcie magnetického poľa a intenzity elektrického poľa. Tieto hodnoty je možné ďalej využiť, ako je uvedené na obr.2.1, pre potreby legislatívneho posúdenia alebo za účelom ďalšieho technického použitia.



Obr. 2.1: Štruktúra výstupov rozšíreného matematického modelu a jeho využitia.

## 2.1 Zvolený súradnicový systém

Pre rozšírený matematický model bol zvolený nasledujúci ortogonálny súradnicový systém. Počiatok systému bod  $[0, 0, 0]$  definuje počiatok rozpätia medzi dvoma stožiarimi. Štandardne je do tohto bodu umiestnená os prvého stožiara.



Obr. 2.2: Súradnicový systém matematického modelu.

os  $X$  – je os horizontálna a paralelná s osou vedenia.

os  $Y$  – je os vertikálna.

os  $Z$  – je os horizontálna a kolmá s osou vedenia.

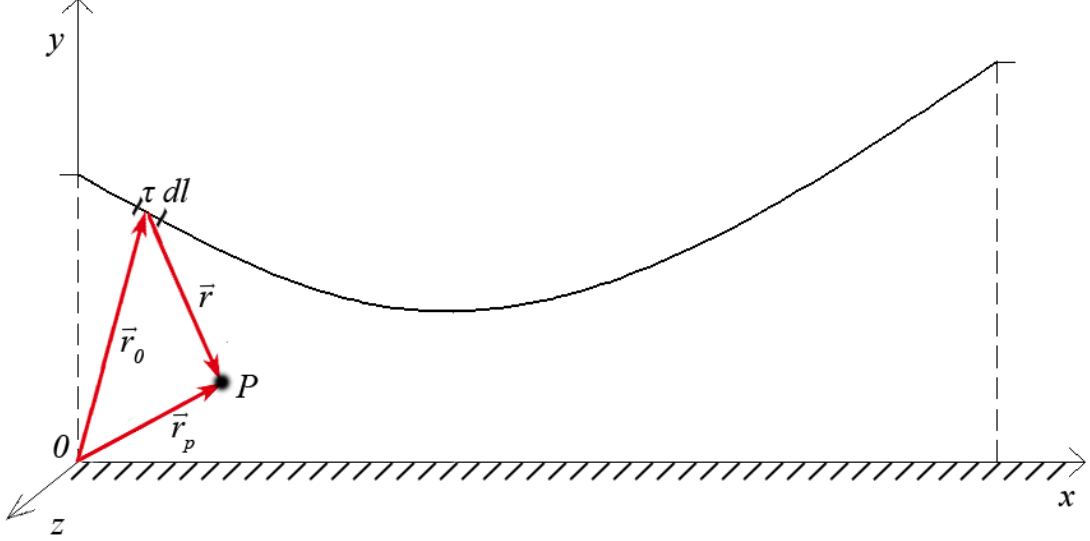
## 2.2 Výpočet intenzity elektrického poľa

Pre výpočet intenzity  $\vec{E}$  vychádzame z III. Maxwellovej rovnice 1.15 pre kvázistacionárne pole, presnejšie z jej integrálneho tvaru, z ktorej po úprave dostávame Coulombov zákon v tvare:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\tau dl}{r^3} \vec{r} \quad (2.1)$$

Vektor  $\vec{r}$ , obr. 2.3, sa rovná rozdielu vektorov  $\vec{r}_p$ , vektor smerujúci z počiatku súradnicovej sústavy k bodu pozorovateľa  $P$  (miesto hľadanej  $\vec{E}$ ), a  $\vec{r}_0$ , vektor smerujúci z počiatku súradnicovej sústavy k  $\tau dl$ . Rovnicu 2.1 zapíšeme v tvare:

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\tau dl}{|\vec{r}_p - \vec{r}_0|^3} (\vec{r}_p - \vec{r}_0) \quad (2.2)$$



Obr. 2.3: Polohy vektorov  $\vec{r}$ ,  $\vec{r}_0$ ,  $\vec{r}_p$  v okolí reťazovky vo vzťahu k pozorovateľovi.

**Metóda zrkadlenia** Pokiaľ hľadáme  $\vec{E}$  v dielektriku, kde vodiče sú umiestnené nad vodivou rovinou, priame riešenie podľa rovnice 2.2 nie je možné, pretože elektrické pole je vytvárané nielen nábojmi vodičov, ale aj nábojmi, ktoré vznikli elektrostatickou indukciou na vodivej rovine s potenciálom  $\varphi = 0$ , kde je rozloženie náboja nerovnomerné a jeho hustotu nepoznáme. Riešiť túto úlohu je možné pomocou metódy zrkadlenia. Nabitý vodič zobrazíme osovo súmerne podľa hranice roviny a ich obrazom priradíme opačné náboje, elektrické zrkadlové obrazy.

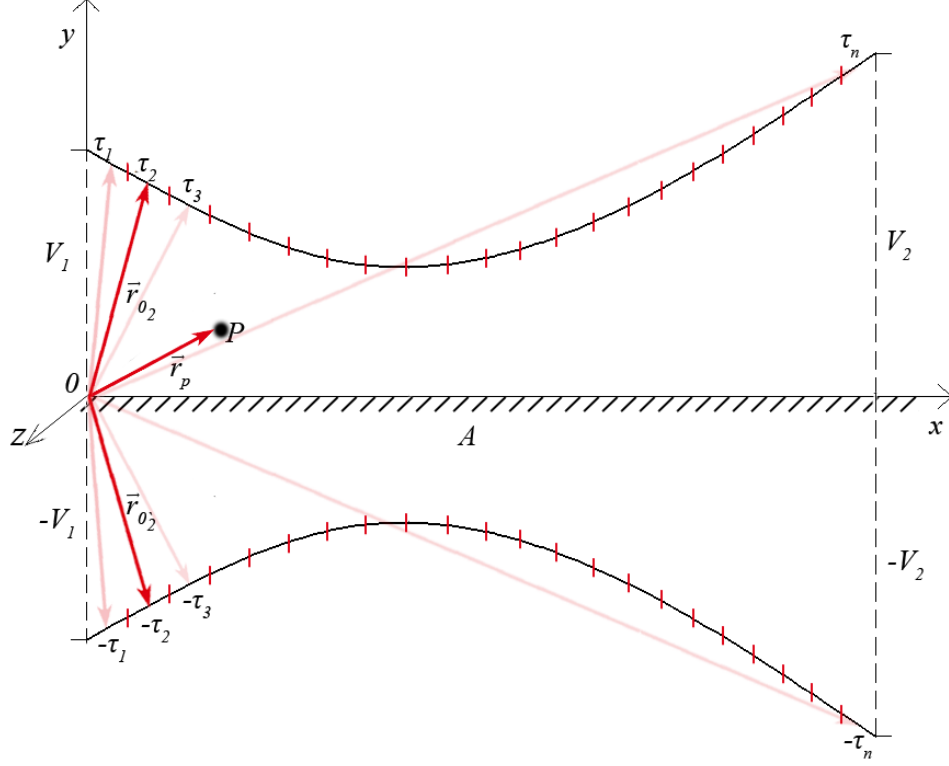
Keďže v novej úlohe a danom priestore zostalo zachované rozloženie nabitých vodičov a nulový potenciál na hraničnej rovine bude v tomto priestore riešenie rovnaké ako riešenie pôvodnej okrajovej úlohy [8] [6]. Celková intenzita  $\vec{E}$  v bode  $P$ , sa bude rovnat superpozícií intenzít od jednotlivých vodičov, rovnica 2.3.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_1' + \vec{E}_2' \quad (2.3)$$

**Zmena derivácií na diferencie** Analytický výpočet intenzity podľa rovnice 2.2 a 2.3, pri zrkadlení, je v prípade vodiča v tvare reťazovky veľmi komplikovaný. Preto na výpočet použijeme numerickú metódu, kedy vodič rozdelíme na konečný počet malých elementov. Podstata tejto metódy je v zmene derivácií na diferencie

$$d\vec{E} \approx \Delta\vec{E} \quad dl \approx \Delta l \quad (2.4)$$

a stanovení dĺžky konečného elementu vodiča  $\Delta l$ . Vodič reťazovky touto metódou rozdelíme na konečné elementy, obr. 2.4.



Obr. 2.4: Zmena derivácií reťazovky na konečné elementy.

Je potrebné poznamenať, že lineárna hustota náboja bude na každom elemente odlišná, keďže vzdialenosť vodiča voči zemi sa mení. Vektory  $\vec{r}_{0_n}$  a  $\vec{r}_{0'_n}$  budú určovať polohu elementu a jeho obrazu vzhľadom k počiatku súradnicovej sústavy, priesečník osi prvého stožiaru a roviny zeme. Hodnoty vektorov v smere X a Y určíme pomocou rovnice ??, hodnota v smere Z je zhodná s vyložením vodiča od osi stožiaru. Intenzitu  $\vec{E}$  pre jeden vodič nad zemou môžeme teraz vyjadriť ako:

$$\vec{E} = \sum_{n=1}^l [\Delta \vec{E}_{1_n} + \Delta \vec{E}_{1'_n}] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^l \left[ \frac{\tau_n \Delta l}{|\vec{r}_p - \vec{r}_{0_n}|^3} (\vec{r}_p - \vec{r}_{0_n}) + \frac{-\tau_n \Delta l}{|\vec{r}_p - \vec{r}_{0'_n}|^3} (\vec{r}_p - \vec{r}_{0'_n}) \right] \quad (2.5)$$

**Výpočet lineárnej hustoty náboja** V poslednom kroku tohto výpočtu je ešte nutné určiť lineárnu hustotu náboja  $\tau_n$  pre každý element  $\Delta l$ . Tá sa určí zo známych napätí na každom vodiči a zo samotnej geometrie v každom kroku  $\Delta l$  reťazovky. Pre nekonečne rovný vodič všeobecne platí rovnica 2.6. [11]

$$[\tau_k] = [P_{kk}]^{-1} [U_k] \quad (2.6)$$

- $[\tau_k]$  - jednorozmerná matica hustôt nábojov na  $k$  vodičoch
- $[P_{kj}]$  - dvojrozmerná matica Maxwellových potenciálových koeficientov rozmeru  $[m/F]$
- $[U_k]$  - jednorozmerná matica napätí  $k$  vodičov.

U reťazovky však bude platiť, že matica  $[P]$  bude pre každý element  $\Delta l$  iná teda pre  $n$ -tý element systému  $k$  vodičov potom platí:

$$[\tau_{kn}] = \left[ [P_{kk}]_n^{-1} \right] [U_k] \quad (2.7)$$

Výsledkom je dvojrozmerná matica  $[\tau_{kn}]$ , obsahujúca náboje vodiča  $k$ , pre každý  $n$ -tý element reťazovky. Prvky matice  $[P_{kj}]$  pre každý element reťazovky určíme nasledovne pomocou rovníc 2.8 a 2.9. Matica  $[P_{kj}]$  je symetrická a pre prvky mimo diagonály platí  $P_{kj} = P_{jk}$ . Vzdialenosti medzi vodičmi sú na príklade rozloženia vodičov na stožiaru typu ypsilon zobrazené na Obr 2.5

$$P_{kk} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{2h_k}{R_k} \right) \quad (2.8)$$

$$P_{kj} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{D'_{kj}}{D_{kj}} \right) \quad (2.9)$$

$P_{kk}$  - vlastný potenciálový koeficient elementu vodiča  $k$

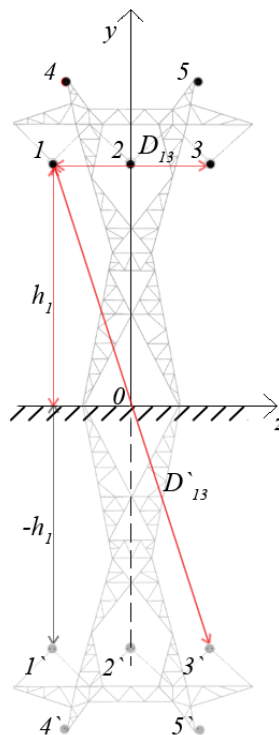
$P_{kj}$  - vzájomný potenciálový koeficient elementov vodičov  $k$  a  $j$

$h_k$  - výška elementu vodiča  $k$  nad zemou

$R_k$  - polomer vodiča  $k$

$D_{kj}$  - vzdialenosť medzi elementami vodičov  $k$  a  $j$

$D'_{kj}$  - vzdialenosť medzi elementom vodiča  $k$  a obrazom elementu vodiča  $j$



Obr. 2.5: Rozloženie vodičov a ich vzájomné vzdialenosti pre výpočet koeficientov  $P_{kj}$ .

**Zemné laná a zväzkové vodiče** Zemné laná majú vplyv a výslednú hodnotu intenzity, ich efekt je tlmiacieho charakteru. Modelovať ich budeme totožne ako fázové vodiče, len ich napätie bude 0 V.

Častým zjednodušením výpočtu ELF je náhrada zväzkového vodiča jedným vodičom v geometrickom strede všetkých vodičov. Takéto zjednodušenia nie sú v modeli zahrnuté.

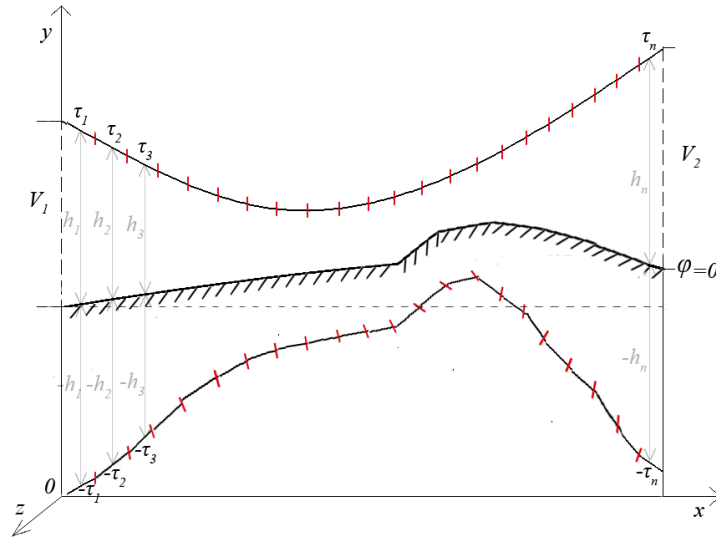
**Časovo premenná intenzita elektrického poľa** Doposiaľ sme analyzovali výpočet  $\vec{E}$  len ako stacionárne pole tvorené konštantným napätím  $U$ . Vo výpočte harmonicky oscilujúceho poľa, kde intenzita  $\hat{\vec{E}}$  je fázor-vektorová veličina použijeme ako vstup fázor efektívneho fázového napätia každého vodiča  $\hat{U}_k$ . Lineárna hustota náboja bude v dôsledku toho napätia taktiež fázorovou veličinou, rovnicu 2.10 môžeme prepísať:

$$[\hat{\tau}_{kn}] = [P_{kk}]_n^{-1} [\hat{U}_k] \quad (2.10)$$

Výsledná intenzita elektrického poľa pre  $k$  vodičov, tvorených reťazovkou, bude v jednom bode  $P$  pozorovateľ a s použitím numerickékej metódy a superpozície nasledujúca:

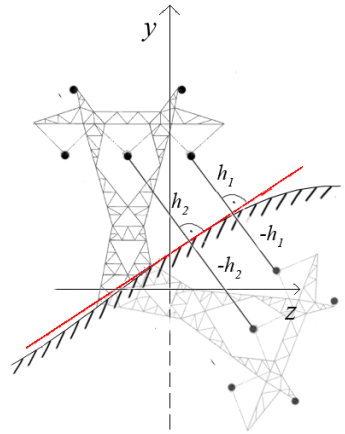
$$\begin{aligned} \hat{\vec{E}} &= \sum_{k=1}^k \left[ \sum_{n=1}^l [\Delta \hat{\vec{E}}_{k_n} + \Delta \hat{\vec{E}}_{k'_n}] \right] = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^k \left[ \sum_{n=1}^l \left[ \frac{\hat{\tau}_{k_n} \Delta l}{|\vec{r}_p - \vec{r}_{0_{k_n}}|^3} (\vec{r}_p - \vec{r}_{0_{k_n}}) + \frac{-\hat{\tau}_{k'_n} \Delta l}{|\vec{r}_p - \vec{r}_{0'_{k_n}}|^3} (\vec{r}_p - \vec{r}_{0'_{k_n}}) \right] \right] \end{aligned} \quad (2.11)$$

**Implementácia terénu** Základný princíp, na ktorom je postavený výpočet  $E$  je metóda zrkadlenia. Jej nevýhodou je jej aplikovateľnosť len pre symetrické rozhrania dvoch prostredí ako je rovina. Na riešenie úlohy s reálnym terénom využijeme modifikáciu metódy.



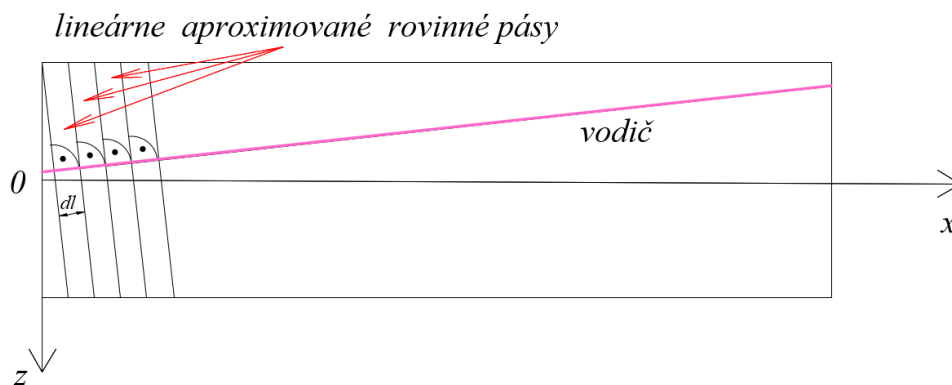
Obr. 2.6: Zobrazenie elektrického zrkadlového obrazu vodiča pod reálny terénom bez uvažovania sklonu v smere kolmom na os vedenia.

**Krivka terénu paralelná na os vedenia** Pokiaľ by sa terén menil len v jednom smere, a to v smere paralelnom na os vedenia, sklon terénu kolmo na os vedenia momentálne neuvažujeme, riešenie úlohy s takýmto terénom by znamenalo vkladať elementy elektrického zrkadlového obrazu fázového vodiča do hĺbky rovnakej ako je výška elementu nad reálnym terénom obr. 2.6. Výpočet lineárnej hustoty náboja  $\tau$  cez tieto nové vzdialenosti elementov reťazovky od terénu  $h_1, h_2, \dots, h_n$  pomocou rovnice 2.6 zaručí dodržanie podmienky nulového potenciálu na reálnom teréne.



Obr. 2.8: Zobrazenie elektrických zrkadlových obrazov vodiča pri uvažovaní lineárne aproximovaného sklonu terénu, červená úsečka, kolmého na os vedenia.

**Sklon terénu priečného na vedenie** Neuvažovať sklon terénu kolmo na vedenie by znamenalo v mnohých prípadoch vysokú nepresnosť výpočtu. Výhodou vedení však je, že priečny sklon terénu pod stožiarimi je vo väčšine prípadov možné lineárne aproximovať. Využijeme skutočnosť, že skúmaná dĺžka priečného pásma je omnoho kratšia ako pozdĺžna a zakrivenie a nepresnosť sa neprejaví v takej miere.



Obr. 2.7: Zobrazenie lineárnych pásov terénu kolmých na os vedenia (ružová) o dĺžke elementu vodiča  $dl$ .

Riešením tohto problému je pre každý element vodiča vytvoriť lineárny pás terénu o dĺžke rovnakej ako dĺžka elementu  $\Delta l$ , obr. 2.7, a na základe toho umiestniť elementy elektrických zrkadlových obrazov pod tieto elementárne pásy terénu tak, aby pomyselná priamka pretínajúca vodič a jeho obraz bola kolmá na tento pás terénu, a vzdialenosti medzi vodičom a jeho obrazom boli čo do veľkosti zhodné, obr. 2.6. Po prepočítaní vzdialeností je už jednoduché určiť samotné  $\tau_n$  pre každý element vodiča.

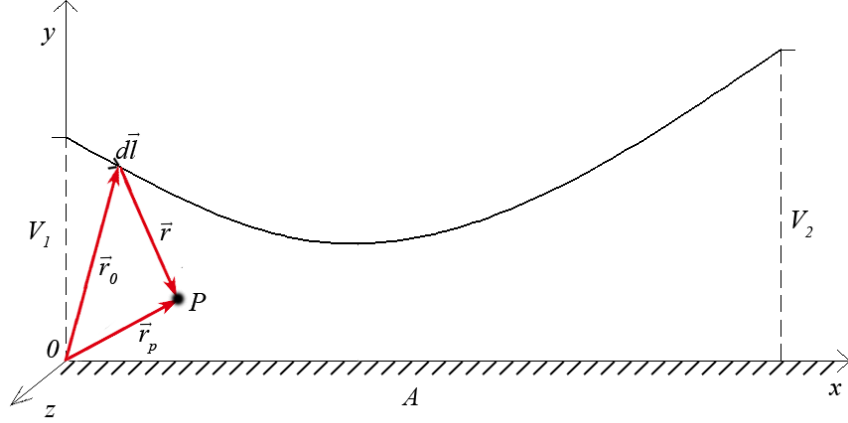
Konečná modifikovaná metóda zrkadlenia pozostáva z kombinácie zmeny hĺbky obrazu vodiča v závislosti od výšky terénu pod každým jedným elementom vodiča a natočenia tohto elementu okolo osi  $X$  v závislosti od sklonu terénu tak, aby boli splnené zmienené požiadavky zrkadlenia. Rozšírený matematický model opisujúci terén musí preto nutne obsahovať informácie o teréne, z ktorých následne vygeneruje lineárne aproximované rovinné pásy kolmé na os vedenia  $X$ , ktoré budú súčasne adekvátne natočené okolo osi vedenia tak, aby čo najvernejšie aproximovali daný povrch.

## 2.3 Výpočet indukcie magnetického poľa

Pri výpočte indukcie  $\vec{B}$  budeme vychádzať z I. Maxwellovej rovnice 1.13 pre kvázistacionárne pole. Po úprave dostávame Biot-Savartov zákon, rovnica 2.12.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_l \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (2.12)$$

Vektor  $\vec{r}$ , analogicky ako pri výpočte  $\vec{E}$ , rozložíme na rozdiel vektorov  $\vec{r}_p - \vec{r}_0$ , obr. 2.9.



Obr. 2.9: Rozklad vektora  $\vec{r}$  určujúceho polohu pozorovateľa  $P$  k elementu vodiča  $d\vec{l}$ .

Biot-Savartov zákon vyjadrený v diferenciálnej forme bude mať tvar:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times (\vec{r}_p - \vec{r}_0)}{|\vec{r}_p - \vec{r}_0|^3} \quad (2.13)$$

**Zmena derivácií na diferencie** Určiť  $\vec{B}$  analyticky od jedného vodiča je nutné integrovaním pozdĺž reťazovky. Analogicky ako pri výpočte  $\vec{E}$  je omnoho jednoduchšie použiť numerickú metódu superpozície elementov, a zmeniť derivácie na diferencie,

$$d\vec{B} \approx \Delta\vec{B} \quad d\vec{l} \approx \Delta\vec{l} \quad (2.14)$$

rozdeliť vodič na elementy, a sčítat príspevky magnetickej indukcie od  $n$  týchto elementov v bode pozorovateľa  $P$ , rovnica 2.15. Vektor  $\vec{r}_{0_n}$  smeruje z počiatku súradnicovej sústavy k elementu vodiča  $d\vec{l}_n$ . Konštantný vektor  $\vec{r}_p$  smeruje z počiatku súradnicovej sústavy k pozorovateľovi. Presnosť tejto metódy bude závisieť na veľkosti elementov.

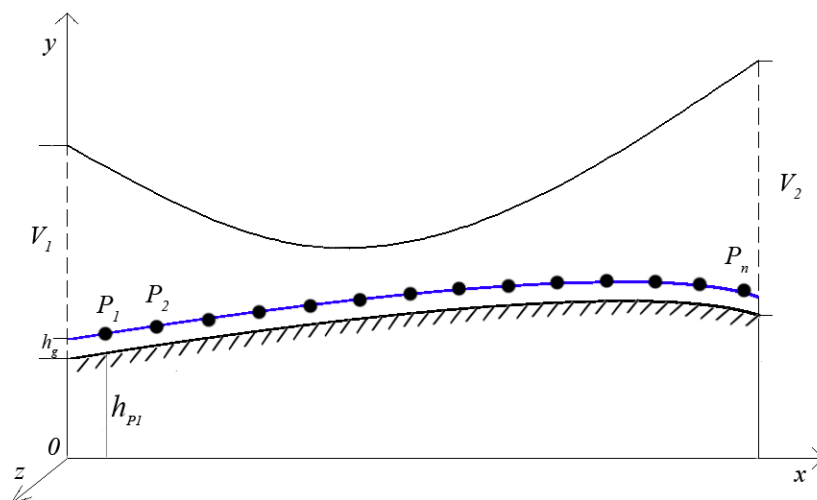
$$\vec{B} = \sum_{n=1}^l \Delta\vec{B}_n = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^l \left[ \frac{I\Delta\vec{l}_n \times (\vec{r}_p - \vec{r}_{0_n})}{|\vec{r}_p - \vec{r}_{0_n}|^3} \right] \quad (2.15)$$

**Časovo premenná indukcia magnetického poľa** Rovnaké princípy, ako pre magnetostatické pole, platia aj pre pole harmonicky sa meniace, kvázistacionárne. Magnetická indukcia je v takomto poli tvorená fázorom prúdu  $\hat{I}$  tečúceho cez vodič tvaru reťazovky. Pre  $k$  vodičov zložených každý z  $n$  elementov bude všeobecne platiť:

$$\hat{\vec{B}} = \sum_{k=1}^k \left[ \sum_{n=1}^l \Delta\hat{\vec{B}}_{k_n} \right] = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{k=1}^k \left[ \sum_{n=1}^l \frac{\hat{I}_k \Delta\vec{l}_{k_n} \times (\vec{r}_p - \vec{r}_{0_{k_n}})}{|\vec{r}_p - \vec{r}_{0_{k_n}}|^3} \right] \quad (2.16)$$

**Implementácia terénu** Aplikácia terénu vyžaduje reálne zmapovanie skúmanej oblasti a to buď pomocou geodetického merania, alebo, menej presne, pomocou voľne dostupných databáz a máp ako napríklad Google Earth.

Aplikovať terén miesto ideálnej roviny do výpočtu indukcie magnetického poľa znamená meniť výšku pozorovateľa  $P$  v každom bode skúmanej siete. Konečná výška bude súčtom skúmanej výšky  $h_g$  nad terénom a skutočnej nadmorskej výšky v danom bode  $h_{pl}$ , obr. 2.10.



Obr. 2.10: Pozdĺžny pohľad na vedenie s pozorovateľmi mapovanej siete v konštantnej výške nad reálnym terénom.

## 2.4 Ďalšie hodnotiace veličiny

Pre potreby hodnotenia poľa a jeho prípadných účinkov na ľudský organizmus sú definované viaceré veličiny, ktoré kvantifikujú spoločnou hodnotou účinky indukcie magnetického poľa a intenzity elektrického poľa.

**Výpočet indukovanej prúdovej hustoty** Indukovaná prúdová hustota je definovaná ako elektrický prúd, prechádzajúci kolmo na zvolenú plochu, delený veľkosťou tejto plochy. Je to vektorová veličina. Popisuje lokálne rozloženie elektrického prúdu a vzniká v dôsledku elektrického a magnetického poľa. Veličina má legislatívne využitie.

Pre potreby hygienického posúdenia je výpočet postavený na empirických vzťahoch, ktorý odporúča aj Ministerstvo zdravotníctva Českej republiky. Indukovaná prúdová hustota sa rovná súčtu indukovanej prúdovej hustoty elektrickým poľom a magnetickou indukciou.

$$J = J_E + J_B \quad (2.17)$$

Na základe metodického návodu Věstníka MR ČR Čj.29015/2009 ju vypočítame podľa rovníc 2.18, 2.19. [12]

$$J_E = K_E \epsilon_0 E 2\pi f \quad (2.18)$$

$$J_B = K_B \sigma_0 B 2\pi f \quad (2.19)$$

$K_E$  – koeficient súvisiaci s geometriou a miestom v tele (maximum pre krk  $K_E = 100$ )

$K_B$  – súvisiaci s geometriou a miestom v tele (maximum pre hrud'  $K_B = 0,13$ )

$\sigma_0$  – merná vodivosť človeka ( $\sigma_0 = 0.2 \text{ Sm}^{-1}$ )

**Výpočet modifikovanej intenzity elektrického poľa** Modifikovaná intenzita elektrického poľa,  $E_{mod}(t)$  [V/m], je definovaná ako najvyššia prípustná hodnota pre účinky spôsobené elektrickou stimuláciou tkaniva poľom vo frekvenčnom pásme od 0 Hz do 10 MHz. Je to intenzita elektrického poľa indukovaného v tkanive modifikovaná lineárnym filtrom s frekvenčnou charakteristikou  $G(f)$ .  $E_{mod}(t)$  slúži ako hodnotiace kritérium v legislatíve Českej republiky.

Filter určujúci  $E_{mod}(t)$  je definovaný pre expozíciu **hlavy** nasledovne:

$$G(f) = \frac{1}{\sqrt{20.05}} \frac{1 + j\frac{f}{f_1}}{(1 + j\frac{f}{f_0})(1 + j\frac{f}{f_2})} \quad (2.20)$$

kde

$$f_0 = 25 \text{ Hz}$$

$$f_1 = 400 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 3000 \text{ Hz}$$

Pre určenie modifikovanej intenzity elektrického poľa je potrebné najprv určiť vlastnú intenzitu elektrického poľa  $E_{self}$  indukovanú v tkanive vonkajším elektromagnetickým poľom. Vonkajšie elektromagnetické pole je vyjadrené veličinami  $B$  a  $E$ .

$$E_{self} = E_{selfB} + E_{selfE} \quad (2.21)$$

$$E_{self} = K_{B_{Emod}} \frac{dB}{dt} + \frac{\epsilon_0}{\sigma} K_{E_{Emod}} \frac{dE}{dt} \quad (2.22)$$

$$E_{self} = K_{B_{Emod}} 2\sqrt{2}\pi f B + \frac{\epsilon_0}{\sigma} K_{E_{Emod}} 2\sqrt{2}\pi f E \quad (2.23)$$

kde:

$K_{B_{Emod}}$  – koeficient súvisiaci s geometriou a miestom v tele (maximum pre hrud'  $K_{B_{Emod}} = 0.05 \text{ m}$ )

$K_{E_{Emod}}$  – koeficient súvisiaci s geometriou a miestom v tele (maximum pre expozíciu hlavy  $K_{E_{Emod}} = 66 \text{ m}$ )

Vo výpočte je uvažovaná najhoršia situácia expozície, kedy je telo vystavené homogénnemu magnetickému poľu kolmému k hrudi a homogénnemu elektrickému poľu v smere od hlavy k nohám. Napriek tomu, že  $E$  a  $B$  sú vektorové veličiny v rovniciach vyjadrené skalárne. Ide o zjednodušenie situácie pri uvažovaní najnepriaznivejšieho stavu, kedy sa pri súbežnej expozícií elektrickému a magnetickému poľu expozície sčítajú.

Modifikovaná intenzita elektrického poľa sa určí ako:

$$E_{mod} = G(50)E_{self} \quad (2.24)$$

Pričom sa použije filter pre expozíciu hlavy.

## 2.5 Výpočet elektrostatickej a elektromagnetickej indukcie

**Výpočet elektrostatickej indukcie** Vplyvom rozloženia nábojov na objektoch umiestnených v poli dochádza k elektrostatickej indukcii na vodivých objektoch v okolí vonkajších elektrických vedení. Zdrojom elektrostatickej indukcie sú fázové napätia vedení, takže je závislá od intenzity elektrického poľa. Objekty, na ktorých dochádza k nežiadanej elektrostatickej indukcii, sú napr.: izolované ploty, kovové budovy, strechy budov, odkvapy, obilné silá, motorové vozidlá [13].

Elektrické parametre definujúce efekty elektrostatickej indukcie sú nasledujúce:

$I_{sk}$  – je prúd, ktorý bude tiecť v prípade skratu z objektu pod vedením do zeme alebo do iného objektu,

$U_{ind}$  – je indukované napätie medzi objektom pod vedením a zemou alebo iným objektom,

$J_{ind}$  – je energia, ktorá je uvoľnená formou výboja v prípade kontaktu medzi objektom a zemou alebo iným objektom. Určuje sa vždy pre vrcholovú hodnotu nie efektívnu hodnotu.

s Elektrické parametre skúmaných objektov sú:

$S$  – ekvivalentný povrch objektu. Veličina definuje ekvivalentný povrch rovnej dosky, na ktorej vzniká indukovaný náboj totožný ako na povrchu skúmaného objektu. Doska je umiestnená nad zemou v homogénnom poli, ktorého hodnota je totožná s priemernou hodnotou  $E$  exponovaného objektu.

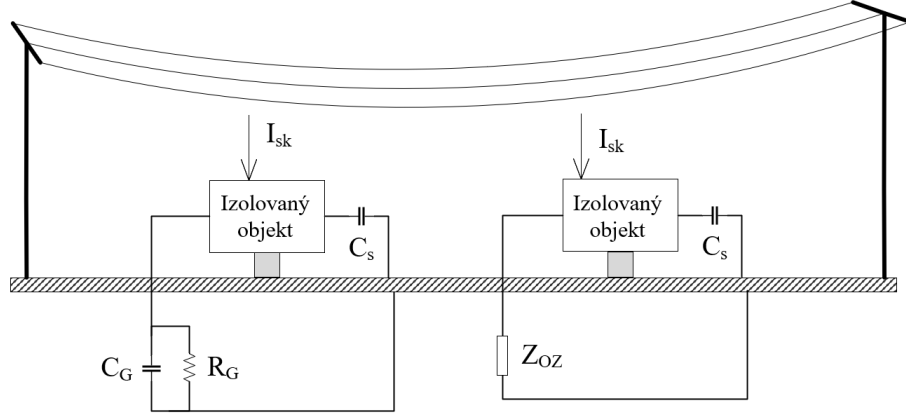
$Z_{oz}$  – je impedancia medzi exponovaným objektom a zemou. V niektorých prípadoch ju je možné reprezentovať Nortonovým ekvivalentným obvodom pozostávajúcim z odporu paralelného s kapacitou ako je uvedené na obr. 2.11. Veličiny ekvivalentného Nortonového obvodu sú:

$R_G$  – je odpor uzemnenia,

$C_G$  – je kapacita medzi objektom a zemou.

$C_s$  – je kapacita čiastkových výbojov medzi objektom a zemou. K výboju cez túto kapacitu dochádza vo veľmi krátkom časovom intervale a nie je ovplyvnená impedanciou medzi objektom a zemou. V prípade dobrého izolovania objektu od zeme je  $Z_{oz}$  úplne závislé od  $C_s$ , rovnica 2.25.

$$Z_{oz} = \frac{1}{2\pi f C_s} \quad (2.25)$$



Obr. 2.11: Náhradná schéma elektrostatickej indukcie.

Zdrojom elektrostatickej indukcie je intenzita elektrického poľa v mieste objektu. Keďže objekt sa nachádza v nehomogénnom poli, výpočet pracuje s priemernou hodnotou intenzity elektrického poľa  $\tilde{E}^1$  existujúcou bez prítomnosti objektu v celom objeme objektu. Pre výpočet sa uvažuje s harmonickým poľom. Bez tohto zjednodušenia by nebol výpočet týmto prístupom možný..

Táto úvaha a uvedené zjednodušenia nenarúšajú konzistentnosť riešenia v prípade, ak rozloženie nábojov na skúmanom objekte má zanedbateľný vplyv na rozloženie nábojov na vodičoch vonkajšieho vedenia.

Na základe vyššie uvedených veličín môžeme následne určiť:

$$\tilde{I}_{sk} = j2\pi f \epsilon_0 \tilde{E} S \quad (2.26)$$

$$\tilde{U}_{ind} = \tilde{I}_{sk} Z_{Oz} \quad (2.27)$$

$$\tilde{J}_{ind} = \frac{1}{2} C_s (\sqrt{2} \tilde{U}_{ind})^2 = C_s (\tilde{U}_{ind})^2 \quad (2.28)$$

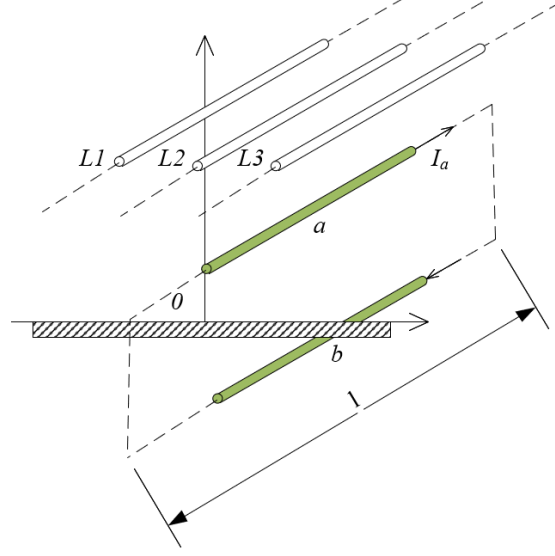
Pre výpočet energie sa používa kapacita čiastkových výbojov  $C_s$ , pretože prechodný dej výboju cez kapacitu  $C_G$  by mal dlhšiu časovú konštantu v dôsledku odporu  $R_G$ . Čiastkové výboje majú časovú konštantu rádovo v  $\mu s$  a menej. Sériový odpor  $R_G$ , je dostatočne veľký aby spôsobil, že príspevok kapacity  $C_G$  bol k čiastkovým výbojom zanedbateľne malý.

Impedancia  $Z_{Oz}$  ekvivalentného obvodu je častým zdrojom chyby. V prípade objektov, ktoré nie sú dostatočne izolované od zeme, môže spôsobovať veľkú nepresnosť. Pre mnoho konkrétnych prípadov s nepriamo alebo nedostatočne izolovaných objektov je najlepšou metódou určenia  $U_{ind}$  meranie.

**Výpočet elektromagnetickej indukcie** K elektromagnetickej indukcii dochádza na vodivých objektoch v okolí vonkajších elektrických vedení. Jej zdrojom sú výlučne prúdy vo vodičoch. Je dôsledkom indukcie magnetického poľa. K veľkým nárastom elektromagneticky indukovaného napätia dochádza najmä počas skratov. Príspevok elektromagnetickej indukcie je najviac pozorovateľný u objektov paralelných s vedeniami, ako sú ploty, vodovodné plynovodné, nadzemné aj podzemné, siete [13]. Problémom sú aj vypnuté vonkajšie vedenia, kde môžu vplyvom elektromagnetickej indukcie od susedného vedenia vznikať vysoké napätia.

Indukcia magnetického poľa je zodpovedná za vznik prúdov tečúcich v zemných lanách.

<sup>1</sup>pozn autora: pre jednoduchosť bude fázor-vektorový zápis zanedbaný



Obr. 2.12: Náhradná schéma elektromagnetickej indukcie.

Napätie  $U_{ab}$  je indukované<sup>2</sup> napätia v slučke vytvorenej dvoma vodičmi  $a$  a  $b$ . Vodič  $b$  reprezentuje prúd tečúci zemou. Vodiče slučky sú paralelné s elektrickým vedením obr. 2.12, s počtom vodičov  $k$ , a spojené na koncoch ich dĺžky  $l$ . Napätie  $U_{ab}$  je potom:

$$U_{ab} = l \sum_k \frac{j\omega\mu I_k}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{kb}}{D_{ka}}\right) \quad (2.29)$$

kde  $D_{kb}$  a  $D_{ka}$  sú vzdialenosti od vodiča  $k$  vonkajšieho vedenia k vodičom slučky  $a$  a  $b$ . Indukované napätie bude súčtom indukovaných napätí od jednotlivých vodičov. V praktickom prípade sú prúdy zemou zanedbané. Napätie  $U_{ab}$  môžeme napísať, ako rozdiel napätí dvoch vodičov:

$$U_{ab} = U_a - U_b \quad (2.30)$$

Pre vodič  $a$  potom platí:

$$U_a = l \sum_k \frac{j\omega\mu I_k}{2\pi} \ln\left(\frac{2l}{D_{ka} - 1}\right) \quad (2.31)$$

Rovnicu môžeme ďalej zapísať v tvare:

$$U_a = \sum_k Z_{ka} I_k \quad (2.32)$$

kde  $Z_{ka}$  je vzájomná impedancia medzi vodičom a objektom a  $Z_{kk}$  je vlastná impedancia vodiča  $k$  [14]. Rovnicu môžeme zapísať v tvare:

$$[U_a] = [Z_{ka}][I_k] \quad (2.33)$$

Rovnicu môžeme prepísať:

$$\begin{bmatrix} U_k \\ U_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{kk} & Z_{ka} \\ Z_{ak} & Z_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_k \\ I_a \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

<sup>2</sup>pozn autora: pre jednoduchosť bude fázor-vektorový zápis zanedbaný

**Prúdy zemných lán** Fázové vodiče spôsobujú vznik indukovaných resp. vyrovnávacích prúdov v zemných lanách. Výpočet prúdov je založený na rovnici 2.34. Pre zemné laná bude platiť, že ich rozdiel napätí v mieste kontaktu lana so stožiarom bude 0 V. Rovnicu 2.34 môžeme prepísať na tvar:

$$[I_a] = -[Z_{aa}]^{-1}[Z_{ka}][I_k] \quad (2.35)$$

Indukciu spôsobenú týmito prúdmi je nutné započítať do celkového výpočtu magnetickej indukcie pre dané rozpätie. Ich prítomnosť môže spôsobovať malú redukciu magnetickej indukcie vedenia v štandardnej výške nad terénom.

## 2.6 Komplexný Poyntingov vektor

Na vyjadrenie hustoty energie elektromagnetického poľa slúži veličina Poyntingov vektor  $S$  [ $W/m^2$ ], rovnica 2.36. Na základe jednotky je exaktnejšie tvrdenie, že Poyntingov vektor vyjadruje povrchovú hustotu energie. Výhodou tohto vyjadrenia je fakt, že mimo veľkosti poľa vyjadruje aj smer toku energie. Smer toku výkonu je vždy kolmý na  $E$  a  $H$ .

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (2.36)$$

Na základe fázorového značenia môžeme vektorový súčin fázor-vektorov, rovnica ??, vypočítať podľa nasledujúceho:

$$\begin{aligned} \hat{E} \times \hat{H}^* &= (\vec{E}_{real} + j\vec{E}_{image})e^{-j\omega t} \times (\vec{H}_{real} - j\vec{H}_{image})e^{-j\omega t} = \\ &= \vec{E}_{real} \times \vec{H}_{real} + \vec{E}_{image} \times \vec{H}_{image} + j(\vec{E}_{image} \times \vec{H}_{real} - \vec{E}_{real} \times \vec{H}_{image}) \end{aligned} \quad (2.37)$$

## 2.7 Vyššie harmonické

Pri štandardnom výpočte pre hygienické posúdenia sa vyššie harmonické neuvažujú. Môžu však nastať situácie, kedy sa ich zanedbaním dopúšťať chyby. Je preto vhodné s nimi počítať a stanoviť celkovú hodnotu poľa  $B_{rms}$  a  $E_{rms}$ . Uvažujeme, že celkový obsah vyšších harmonických  $n$  je známy. Platí teda pre  $B$  že poznáme:

$$B(\omega t) = B_1(\omega t) + B_2(2\omega t) + \dots + B_n(n\omega t) \quad (2.38)$$

Celková efektívna hodnota danej funkcie je potom:

$$B_{rms} = \sqrt{B_{1rms}^2 + B_{2rms}^2 + \dots B_{nrms}^2} \quad (2.39)$$

Rovnaký princíp môžeme aplikovať na intenzitu elektrického poľa.

## 2.8 Verifikácia rozšíreného matematického modelu

Verifikácia rozšíreného matematického modelu bola vykonaná v nasledujúcich stupňoch:

- porovnaním výsledkov poľa pre jednoduché prúdovodiče, kde je možné definovať analytické riešenie,
- porovnaním výsledkov modelu s výsledkami softvéru, ktorý využíva odlišný prístup k výpočtu,
- porovnaním výsledkov poľa s meraním v laboratórnych podmienkach,
- porovnaním výsledkov modelu s reálnym meraním pod elektrickými vedeniami.

**Zhrnutie verifikácie matematického modelu** Pri procese overenia správnosti rozšíreného matematického modelu boli vybrané špecifické modelové situácie, ktoré verifikovali model z viacerých aspektov.

1. Pri porovnaní modelu a analytickým riešením bolo overené numerické integrovanie postupných intervalov rozšíreného modelu. Bola ukázaná konvergencia numerického riešenia ku analytickému. Presnosť riešenia je závislá od veľkosti postupných intervalov, veľkosti elementov.
2. Porovnaním rozšíreného matematického modelu s profesionálnym programom pre elektromagnetické simulácie, postaveného na výpočte pomocou metódy konečných prvkov Ansys Maxwell, bola ukázaná vysoká zhoda výsledkov. Rozšírený model bol pre tieto účely softvérovo implementovaný v programe EMFTsim 2.

Najdôležitejšie bolo overiť aplikáciu terénu, priečnu aj pozdĺžnu, pre výpočet intenzity elektrického poľa. Výsledky porovnania vykazujú vysokú zhodu. Problémom sú špecifické situácie ostrých lomov povrchu, to ale v prípade elektrických vedení môžeme zanedbať. Výhodou rozšíreného modelu oproti modelu MKP je jednoznačne čas výpočtu a jednoduchosť modelovania. Zatiaľ čo v prípade 2D modelovania pomocou MKP trvalo modelovanie, počítanie a spracovanie výsledkov rádovo v desiatkách minút, rozšírenému modelu výpočet trval rádovo v minútach.

3. Overením fyzikálneho správania sa Poyntingovho vektora bol rozšírený model, bola potvrdená správnosť a logika rozšíreného modelu. Boli vybrané situácie prenosu výkonu a porovnanie smeru a veľkosti Poyntingovho vektora pre jednofázové dvojvodičové vedenie a trojfázový systém. V oboch prípadoch sa výsledky zhodujú s fyzikálnou interpretáciou prenosu energie elektromagnetickým žiarením.
4. Porovnanie rozšíreného modelu s laboratórnymi experimentami a následne meraniami na reálnom vedení  $1 \times 400 \text{ kV}$  preukázalo zhodu meraní a výpočtov. Bola preukázaná zložitnosť merania veličín poľa a aspekty, ktoré na meranie vplyvajú. V prípade indukcie magnetického poľa je síce meranie podstatne jednoduchšie, ale hodnoty prúdu sú v sieti častokrát veľmi variabilné. Tento fakt sťažuje modelovanie daného poľa. Meranie intenzity elektrického poľa je na druhej strane veľmi komplikované a pri meraní vzniká rádovo vyššia nepresnosť okolitými vplyvmi, ale aj samotným meracím prístrojom.

Môžeme však konštatovať, že výsledky všetkých typov porovnania sú v zhode s navrhovaným rozšíreným modelom. Výhodou rozšíreného modelu oproti komerčným riešeniam založeným na metódach MKP je:

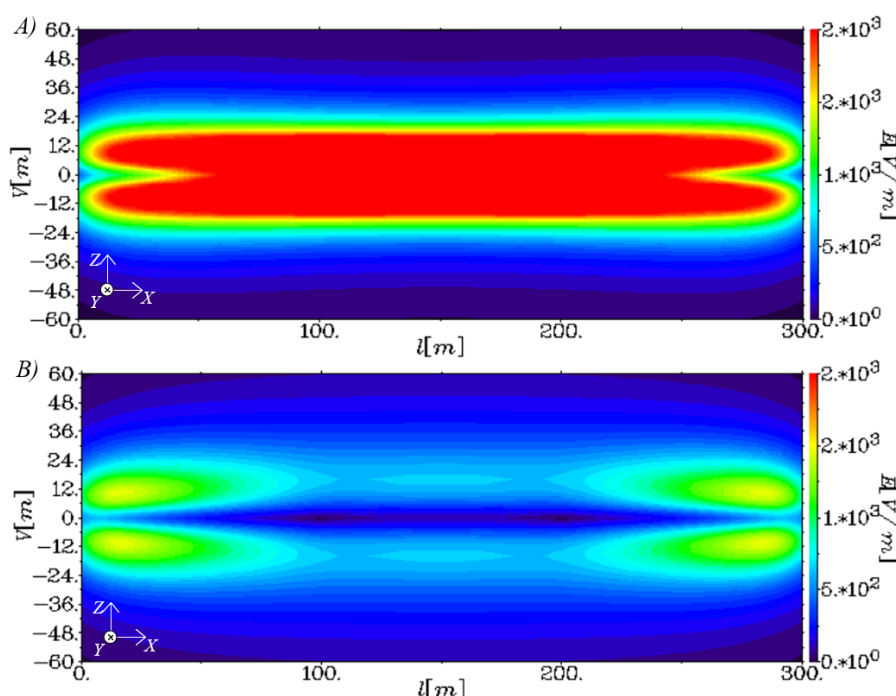
- Čas potrebný na vytvorenie modelu je mnohonásobne kratší.
- Výpočtový výkon potrebný pre samotný výpočet je nižší. Dôkazom toho je aj skutočnosť, že v programe Ansys Maxwell nebolo možné vykonať 3D simulácie s dostupným hardverom, zatiaľ čo v EMFTsim 2 sú takéto simulácie vykonané rádovo v minútach.
- Daný matematický model (programovo implementovaný) umožňuje s nižším množstvom energie a času projektanta/pracovníka namodelovať komplikovanejšie situácie.
- Modelovaním neštandardných situácií je možná presnejšia analýza skúmaných veličín. To môže mať za dôsledok možné investičné úspory, ktoré by boli spôsobené nadmerným zvyšovaním výšky vodičov.

## 2.9 Analýza vybraných vplyvov na veľkosť elektromagnetického žiarenia

V dizertačnej práci boli analyzované vybrané vplyvy na celkovú hodnotu intenzity elektrického poľa a indukcie magnetického poľa.

Boli poukázané, že vonkajšie vplyvy, meteorologické vplyvy, ako teplota, vlhkosť vzduchu a dážď vplývajú na intenzitu elektrického poľa len vo veľmi malej miere a na indukciu magnetického poľa nemajú vôbec vplyv. Z vonkajších premenných má zásadný účinok na intenzitu elektrického poľa najmä vegetácia v priestore ochranného pásma vedení.

Najvýznamnejší vplyv okolia na hodnoty poľa má tvar a zakrivenie terénu, obr.2.13. Ten je častokrát v dôsledku komplikovanosti výpočtov zanedbaný. Pri posúdení ELF s jeho implementáciou je možné dosiahnuť zníženie výšky zemných lán.



Obr. 2.13: Porovnanie intenzity elektrického poľa modelov zo zanedbaním vplyvu terénu (hore) a s vplyvom terénu (dole).

Boli analyzované konštrukčné vplyvy, minimálna výška vodičov, polomer vodiča, tvar zväzkového vodiča a jeho natočenie. Môžeme hodnotiť, že vplyvy ako polomer vodiča ovplyvňujú dostatočne hodnotu  $E$  a tento vplyv nie je vhodné zanedbávať. Pokiaľ ide o zväzkové vodiče, je vhodnejšie modelovať ich ako jednotlivé vodiče. Na druhej strane, rotácia zväzkových vodičov nemá zásadný vplyv. U dvojsystémových vedení bol analyzovaný sled fáz. Ide o dôležitý nástroj riadenia polí v praxi. Tento fakt je jasne ilustrovaný v predloženej analýze na stožiarí Súdok N+0  $2 \times 400$  kV.

Na záver analýzy boli spracované vplyvy vyšších harmonických na hodnotiace veličiny. Tu sa ukazuje, že môžu mať zásadný vplyv, ale vždy je nutné aby išlo o individuálne hodnotenie a posúdenie.

## Kapitola 3

# Technické využitie meraných veličín elektromagnetických polí vonkajších elektrických vedení

Najčastejším dôvodom merania a analýzy polí je ich hygienické porovnanie. Existuje ale viacero možností, ktoré ELF ponúkajú po technickej stránke.

Základom je fakt, že  $E$  aj  $B$  sú nositeľom informácie svojho pôvodu. Elektromagnetické pole dokonale reflektuje prúdovo napät'ové pomery na vedení. Problémom je, že pole je priestorovo distribuované a komplikovane merateľné a jeho okamihová hodnota v jednom bode je súčtom polí zo všetkých zdrojov v okolí.

### 3.1 Určenie prúdovej nesymetrie

V dizertačnej práci je prezentované možné využitie indukcie magnetického pol'a na stanovenie prúdovej nesymetrie elektrických vedení. Teoreticky je tento koncept možné rozšíriť na  $N$ -systémové vedenia. V práci je predložený skúmaný príklad dvojsystémového vedenia. Za účelom overení predloženého konceptu bol skonštruovaný prototyp meracieho zariadenia.

**Matematický model** Budeme vychádzať z nasledujúcich vlastností indukcie magnetického pol'a:

- každý vodič je samostatným zdrojom indukcie a indukcia v bode pozorovateľ a  $P$  je súčtom indukcií tvorených týmito zdrojmi (princíp superpozície časť 1.1).
- indukcia magnetického pol'a je lineárne závislá od veľkosti prúdu. Jej veľkosť je ovplyvnená miestom pozorovateľ a, geometriou prúdovodiča v súčine s prúdom daného zdroja.

Rovnicu 2.16 môžeme pre jeden vodič tvorený  $n$  elementami prúdovodiča prepísať:

$$\hat{\vec{B}} = \sum_{n=1}^l \Delta \hat{\vec{B}}_n = \hat{I} \left[ \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^l \frac{\Delta \vec{I}_n \times (\vec{r}_p - \vec{r}_{0n})}{|\vec{r}_p - \vec{r}_{0n}|^3} \right] \quad (3.1)$$

Definujeme vektor  $\vec{A}$  pre ktorý platí:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^l \frac{\Delta \vec{I}_n \times (\vec{r}_p - \vec{r}_{0n})}{|\vec{r}_p - \vec{r}_{0n}|^3} \quad (3.2)$$

$\vec{A}$  predstavuje teda čisto geometrický charakter pol'a medzi zdrojom a pozorovateľom. Rovnicu 3.1 môžeme pomocou  $\vec{A}$  a princípu superpozície, pre  $k$  vodičov napísať ako:

$$\hat{\vec{B}} = \hat{I}_1 \vec{A}_1 + \hat{I}_2 \vec{A}_2 + \dots + \hat{I}_k \vec{A}_k \quad (3.3)$$

A v maticovom zápise následne dostávame:

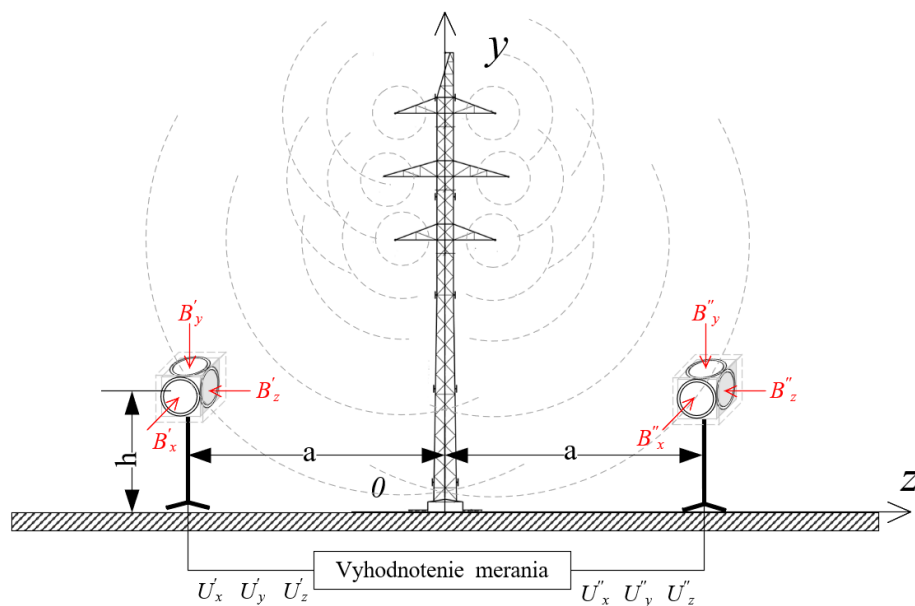
$$\begin{bmatrix} \hat{B}_x \\ \hat{B}_y \\ \hat{B}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{x1} & A_{x2} & A_{x3} & \dots & A_{xk} \\ A_{y1} & A_{y2} & A_{y3} & \dots & A_{yk} \\ A_{z1} & A_{z2} & A_{z3} & \dots & A_{zk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \vdots \\ \hat{I}_k \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

V prípade ak poznáme hodnoty indukcie, ako fázor-vektory, je možné spätnou Gaussovou elimináciou dopočítať prúdy. Výpočet má jednoznačné riešenie, ak je počet prúdov rovný počtu známych fázor-vektorov indukcie, teda len pre trojvodičové, jednosystémové vedenie. V prípade viacvodičového vedenia je systém bez jednoznačného riešenia.

Riešením tohto problému je zvýšenie počtu známych fázor-vektorov magnetickej indukcie a matic geometrických vektorov. Zvýšením počtu rozumejme definovanie veličín pre ďalšie body pozorovateľ'a. Pre dvojsystémové vedenie je postačujúce zdvojenie úlohy.

Určenie koeficientov geometrickej matice je možné pomocou výpočtu, kedy je potrebné detailne poznať prúdové cesty v dostatočne veľkom okolí pozorovateľ'a, alebo kalibračným meraním pri jednotkovom prúde.

**Praktické využitie** Opísaný matematický model je možné použiť k určeniu hodnôt prúdov, a teda môžeme hovoriť o koncepte bezkontaktného ampérmetra. V praxi to znamená veľmi exaktné synchronizované meranie indukcie magnetickeho pol'a a veľmi presné určenie koeficientov geometrickej matice 3.1. Po zohľadnení vplyvov na vedenie, akými sú pohyb vodičov, vplyv okolia a nepresnosti merania, sa táto možnosť javí, ako nepraktická.



Obr. 3.1: Koncept dvojbodového merania indukcie magnetickeho pol'a.

Opísaný koncept je možné využiť aj na meranie uhlov fázorov prúdu. Výhodou takého meracieho systému je jeho mobilita a najmä fakt, že je nekontaktné a nevyžaduje zásah do prevádzky elektrického vedenia.

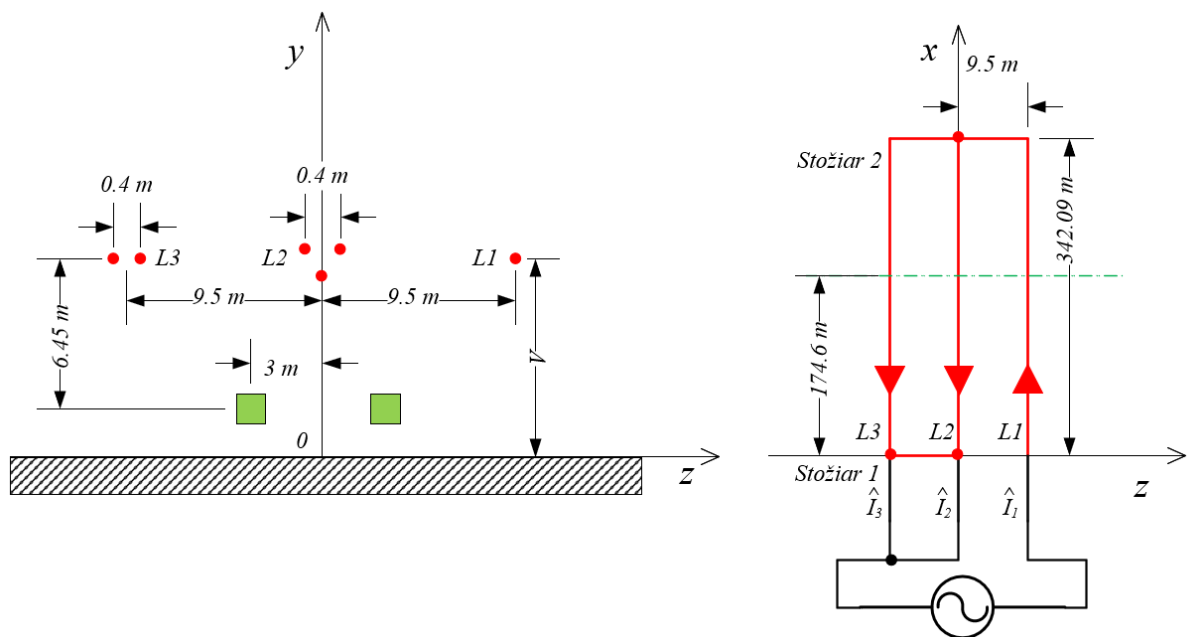
Ako overenie daného modelu a konceptu merania, bol zostrojený prototyp meracieho prístroja a vykonané experimentálne meranie v kontrolovaných podmienkach.

### 3.2 Experimentálne meranie v objekte laboratória vysokých napätí

Na vedení v objekte Laboratória vysokých napätí bol otestovaný prototyp analyzátora. Meranie bolo realizované v strede rozpätia vedenia, ktorého schéma je uvedená na obr. 3.2 vpravo. Vedenie bolo napájané zo zdroja striedavého napätia. Prúdový obvod je zobrazený na Obr 3.2 vpravo.

Cieľom merania bolo porovnať pomery hodnôt meraných prúdov vedenia. Ako referenčné meranie bolo meranie kliešťovým ampérmetrom. Porovnávaná hodnota prúdov bola získaná meraním a analýzou magnetickej indukcie v priestore pod vedením (vyznačené zelenou na Obr 3.2).

Keďže zariadenie nebolo kalibrované nie je možné porovnávať priamo veľkosti prúdov merané ampérmetrom a merané pomocou indukcie. Vo vyhodnotení boli porovnané pomerné hodnoty prúdu.



Obr. 3.2: Geometria meraného systému (vľavo), Obvod meraného systému (vpravo).

Na obr. 3.2 (vľavo) je zobrazená schéma rozloženia vodičov a ich vzájomné vzdialenosti na stožiaroch typu portál. Na obr. 3.2 (vpravo) je zobrazené elektrické zapojenie rozpätia na ktorom bolo realizované testovanie prototypu, červenou je naznačené vedenie nachádzajúce sa mimo priestoru laboratória. Zelenou je naznačené uloženie meracích hláv.

Meracie hlavy boli umiestnené v mieste maximálneho priehybu rozpätia 174.6 m od prvého stožiaru vo vzdialenosti 6.45 m od vodičov.

Polohy závesných bodov vodičov boli merané geodetickým zameraním. Ostatné vzdialenosti, výška vodičov nad terénom, vzdialenosti meracích hláv od stožiarov boli merané optickým diaľkomerom Leica.

Skúšobné vedenie je tvorené tromi fázami, každá s rozličným typom zväzkového vodiča. Vodiče boli v rámci modelu pre geometrickú maticu modelované individuálne. Elektrický obvod je napájaný striedavým zdrojom napätia a začína fázou L1, následne je vedenie na stožiar 2 skratované a spätnú cestu prúdu tvoria fázy L2 (trojzväzok) a L3 (dvojzväzok).

**Výsledky merania** Meranie bolo realizované so vzorkovacou frekvenciou 10 000 Hz a bolo snímaných pri jednom odčítaní vždy 2000 okamžitých hodnôt. Vyhodnocovaná bola len základná harmonická. Bolo vykonaných a vyhodnotených 10 meraní. Výsledky priemernej pomernej hodnoty prúdov a fáz sú uvedené v Tab. 3.1. Ako referenčné meranie bolo vykonané meranie jednotlivých prúdov kliešťovým ampérmetrom.

Tabuľka 3.1: Výsledky merania prúdu (pomerné hodnoty ku  $I_1$  pomocou analyzátora magnetickej indukcie.

|                              | $\frac{I_1}{I_1}$ | $\frac{I_2}{I_1}$ | $\frac{I_3}{I_1}$ | $\varphi_1$ | $\varphi_2$ | $\varphi_3$ |
|------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------|-------------|-------------|
| ampérmetr (referencia)       | 1.0000            | 0.5455            | 0.4539            | 0           | -180.0000   | -180.0000   |
| analyzátor priemerná hodnota | 1.0000            | 0.5145            | 0.3998            | 0           | -177.0526   | -181.5305   |
| analyzátor stdev             | -                 | 0.00378           | 0.00131           | -           | 1.16231     | 0.61205     |
| rozdiel voči ref.            | -                 | 5.69%             | 11.91%            | -           | 1.64%       | 0.85%       |

Z výsledkov môžeme hodnotiť nasledovné:

- výsledky poukázali na rozdiel pomerných hodnôt voči referencií. Ide o rozdiel maximálne 11.91 %. Táto nepresnosť je dôsledkom odchýlok pri geometrickom zameraní a uložení meracích hláv do priestoru pod vedením.
- súčet prúdov  $I_2$  a  $I_3$  meraných prototypom analyzátora sa nerovná prúdu  $I_1$ . Pri meraní ampérmetrom táto chyba nevznikla. Predpokladaným dôvodom chyby je nepresné uloženie a natočenie jednotlivých osí meracích hláv ku hlavnému súradnicovému systému.
- hodnoty nameraných uhlov zodpovedajú reálnemu toku prúdu.
- potvrdilo sa, že použitie danej aparatury ako ampérmetra, vyžaduje veľmi presné geometrické uloženie meracích hláv v rámci ich polohy a natočenia.

Všeobecne môžeme hodnotiť, že základný koncept sa potvrdil a ciele merania boli splnené.

# Kapitola 4

## Prínosy pre prax

Cieľovým sektorom problematiky elektromagnetických polí v elektroenergetike je projekcia elektrických vedení a projekcia rozvodní. Problematika sa dotýka prevádzkovateľov prenosových a distribučných sústav. Poznatky obsiahnuté v práci, najmä legislatívneho charakteru, sú vhodné pre akúkoľvek právnickú osobu, pracujúcu so silovými zariadeniami, ktorých priestor je dostupný zamestnancom alebo verejnosti. Hlavný prínos opisu, analýzy a vyhodnotenia môžeme zhrnúť nasledovne:

- Práca podrobne rozoberá prehľad legislatívnej problematiky nízkofrekvenčných elektromagnetických polí EÚ. Sú v nej uvedené a porovnané omedzenia pre výstavbu elektrických vedení EÚ. Veľmi podrobne je analyzovaná legislatíva Slovenskej a Českej republiky. Informácie sú vhodné pre projektantov elektrických vedení.
- V práci je opísaný rozšírený matematický model výpočtu elektromagnetických polí. Použitím jeho softvérovej implementácie je možné namodelovať:
  - ľubovoľné usporiadania vodičov v priestore rozpätia,
  - priehyby,
  - konkrétny terén,
  - symetrické a asymetrické n-zväzkové vodiče,
  - súběhy vedení, križovania vedení,
  - vplyv vyšších harmonických na celkovú hodnotu pol'a.

Výstupom rozšíreného modelu sú:

- hodnoty intenzity elektrického pol'a a indukcie magnetického pol'a v konkrétnych bodoch v okolí vedenia,
- fázor-vektorovú reprezentáciu pol'a použiteľnú pre špecifické vývojové aplikácie.
- vplyvy elektrostatickej a elektromagnetickej indukcie vedení na okolité objekty.

Rozšírený model umožňuje pri výpočte pol'a na základe najhorších možných okrajových podmienok stanoviť minimálne výšky vodičov nad terénom. To môže mať za následok úsporu v podobe nenavýšovania stožiarov, respektíve závesných bodov vodičov. Model na rozdiel od dostupných komerčných riešení, ktoré ponúkajú programy na báze metódy MKP, ponúka vysokú časovú úsporu.

- Práca sa venuje meraniam polí v okolí silových zariadení, rozvodní, vedení, ale aj spotrebičov denného užívania. Výsledky týchto meraní a vzájomného porovnania sú vhodným podkladom ku relevantnej diskusii o veľkosti poľa a jeho expozícii.
- Práca predkladá technické možnosti využitia polí. V rámci práce bol zostrojený a otestovaný prototyp analyzátora magnetickej indukcie, ktorý môže nájsť využitie v dlhodobom monitorovaní prúdových stavov.

Dôležitým poznatkom, ktorý sa opakovane potvrdil pri reálnych meraniach je fakt, že:

- presné meranie elektromagnetických poli vyžaduje exaktné meranie geometrie, v ktorej sa pole analyzuje a v ktorej sú jeho hodnoty porovnávané z hygienického hľadiska. To platí aj pre technické aplikácie.
- pre hygienické a legislatívne hodnotenia je najvhodnejšie využiť komplexné simulácie poľa pri najhorších možných podmienkach. V dôsledku rozličného zaťaženia vedenia a variability priebehu totiž meraním nie je možné získať dostatočne kvalitatívne relevantné výsledky.

# Záver

Dizertačná práca sa zaoberala nízkofrekvenčným elektromagnetickým žiarením vonkajších elektrických vedení. V úvode práce boli opísané základné princípy a kategorizácia tohto druhu žiarenia.

V práci bol vytvorený rozšírený matematický model pre výpočet elektromagnetických polí. Rozšírený model bol softvérovo implementovaný.

Odvođený rozšírený model obsahuje reálne podmienky okolia ako terén a okolité objekty. Na rozdiel od bežne využívaného modelu eliminuje viacero zjednodušení. Sú to práve drobné, ale časté eliminácie aproximácií výpočtu, ktoré môžu prispieť k ekonomickejšiemu návrhu vedenia alebo kvalitnejšiemu posúdeniu indukčných vplyvov na okolitú infraštruktúru. Matematický model obsahuje aj neštandardné možnosti výpočtu, ako sú križovania vedení alebo vplyv vyšších harmonických.

Mimo fyzikálneho overenia pomocou Poyntingovho vektora je v práci uvedených viacero ďalších spôsobov a metodík, ako bol rozšírený model verifikovaný. V rámci verifikácie bolo vykonaných viacero meraní elektromagnetického poľa v laboratórnych podmienkach a pod reálnymi vedeniami.

V práci sú analyzované vplyvy prostredia, konštrukčné vplyvy a prevádzkové vplyvy na veľkosť jednotlivých veličín elektromagnetického poľa. Je poukázané na vysokú variabilitu možných riešení v závislosti od špecifikovaných okrajových podmienok. Všetky výsledky sú zhrnuté v parciálnych záveroch dizertačnej práce. Daná analýza je prínosná najmä pre praktické využitie v projekcii vedení. Poznatky môžu napomôcť pri implementovaní základných technických postupov a k dodržaniu legislatívnych obmedzení expozície.

V ďalšej časti práce boli realizované merania polí v blízkosti rozvodni 0.4/22 kV, 22/110 kV, 110/220 kV a 220/400 kV. Tieto merania spolu s meraním vo vlakovej súprave, meraním v obydli v blízkosti elektrického vedenia a meraniami ELF z vybraných spotrebičov sú porovnané s vypočítanými maximálnymi hodnotami poľa z elektrických vedení ZVN a VVN. Výsledky poukázali na variabilitu v závislosti od prúdového zaťaženia, v okolí ktorého boli polia merané. Mimo iného boli na všetkých spomínaných úrovniach merané obsahy vyšších harmonických.

V práci boli analyzované možnosti technického využitia elektromagnetických polí. Bol vytvorený matematický model, ktorý pomocou viac bodového trojrozmerného merania fázorov magnetickej indukcie umožňuje analyzovať prúdové pomery na vedení. Za finančnej podpory Ústavu elektroenergetiky na FEI STU, nadácie EPH a nadácie Tatrabanky sa podarilo skonštruovať prototyp zariadenia a otestovať jeho možnosti pod reálnym skúšobným vedením vo vysokonapäťovom laboratóriu LVN Trnávka.

Veľkou témou záujmu, najmä spoločenského, je v posledných desaťročiach otázka škodlivosti nízkofrekvenčných elektromagnetických polí na ľudský organizmus. V práci sú dôkladne analyzované argumenty mnohých účastníkov debaty. Dôsledkom verejných sporov vznikli v mnohých krajinách legislatívne obmedzenia expozície poliam vzťahujúce sa na zamestnancov a obyvateľov. Rozličné štáty sveta majú odlišný pohľad na bezpečnosť v tomto smere a tomu zodpovedajú aj veľké rozdiely v ich právnych predpisoch.

V práci je analyzovaný legislatívny rámec členských štátov Európskej únie a vybraných štátov mimo EÚ. Veľmi podrobne je spracovaná legislatíva Slovenskej republiky a Českej republiky aj z pohľadu historického vývoja. Práve v dôsledku týchto predpisov začala tematika elektromagnetických polí zasahovať priamo do návrhu a projekcie elektrických vedení.

Dizertačná práca analyzuje elektromagnetické polia v línii, ktorá začína príčinami záujmu a verejnou otázkou ich vplyvov, čo následne vstupuje do legislatívnych obmedzení, na ktoré musí reagovať projekcia vedení. Z toho dôvodu je potrebné vybudovať a analyzovať širokú paletu konkrétnych situácií elektromagnetických polí v okolí vonkajších elektrických vedení. Práve za týmto účelom bol vytvorený rozšírený model elektromagnetických polí v okolí vodičov vonkajších vedení. Tento model bol softvérovo implementovaný a využitý ako nástroj výpočtu hygienických štúdií v praxi.

# Literatúra

- [1] Gayle Woodside, Dianna Kocurek, “Environmental, safety, and health engineering,” *John Wiley and Sons*, 1997.
- [2] D. Mayer, *Aplikovaný elektromagnetismus : úvod do makroskopické teorie elektromagnetického pole pro elektrotechnické inženýry*, 2nd ed., Kopp, Ed., České Budějovice, 2012.
- [3] EPRI, *AC transmission line reference book - 200 kV and above*, 3rd ed. Electric Power Research Institute.
- [4] A. Bossavit, “Differential forms and the computation of fields and forces in electromagnetism,” *European J. Mech. B Fluids*, vol. 10, no. 5, pp. 474–488, 1991.
- [5] EPRI, *AC Transmission Line Reference Book – 345 kV and above*, 2nd ed. Electric Power Research Institute, 1982.
- [6] D. Mayer, J. Polák, *Metody řešení elektrických a magnetických polí*, 1st ed. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1983.
- [7] M. Cessenat, *Mathematical methods in electromagnetism*, ser. Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences. River Edge, NJ: World Scientific Publishing Co. Inc., 1996, vol. 41, linear theory and applications.
- [8] Jozef Fuka, Bedžich Havelka, *Elektřina a magnetismus*, 3rd ed. Praha: Praha státní pedagogické nakladatelství, 1965.
- [9] A. Nicolaide, *Electromagnetics: General Theory of the Electromagnetic Field, Classical and Relativistic Approaches*. Transilvania University Press, 2012. [Online]. Available: <https://books.google.sk/books?id=RuZIMQAACAAJ>
- [10] I. Tóptygin, *Electromagnetic Phenomena in Matter: Statistical and Quantum Approaches*. Wiley, 2015. [Online]. Available: <https://books.google.sk/books?id=26ObBgAAQBAJ>
- [11] CIGRE, WG01, “Electric and magnetic fields produced by transmission systems,” vol. 01, 1980.
- [12] “Věstník ministerstva zdravotnictví ČR, ročník 2009, metodický návod ke sjednocení postupu orgánů a zařízení ochrany veřejného zdraví při kontrole dodržování opatření uložených fyzickým a právnickým osobám v ochraně před neionizujícím zářením,” *Částka 6*, pp. 15–39, 2009.
- [13] Rural electrification administration, United States Department of agriculture, “ELECTROSTATIC AND ELECTROMAGNETIC EFFECTS OF OVERHEAD TRANSMISSION LINES,” *Rrea Bulletin 62-4*, 1976.

- [14] Matej Cenký, “Elektrické parametre vonkajších elektrických vedení vvn a zvn a ich vplyv na potrebu transpozície vedenia,” *Diplomová práca*, 2015.
- [15] National Instruments, “Daq m series, ni usb-621x user manual,” 2009.
- [16] ITU-R Radiocommunication Sector of ITU, “Recommendation ITU-R V.431-8, Nomenclature of the frequency and wavelength bands used in telecommunications,” vol. 08, 2015. [Online]. Available: <http://www.itu.int/rec/R-REC-V.431-8-201508-I/en>
- [17] H. R. Carlon, “Electrical properties of atmospheric moist air: A systematic, experimental study,” p. 33, 09 1988.
- [18] W. T. F. S. M. H. W. Marzuki, M.; Randeu, “Complex permittivity measurements of rain-water in the 0.5–26.5 ghz frequency range,” *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2010.
- [19] Y. Li and P. Yang, “The permittivity based on electromagnetic wave attenuation for rain medium and its applications,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 20, no. 15, pp. 2231–2238, 2006. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1163/156939306779322512>
- [20] A. D. Chistyakov, “The permittivity of water and water vapor in saturation states,” *Russian Journal of Physical Chemistry A, Focus on Chemistry*, 01 2007.
- [21] “IEEE Standard Letter Designations for Radar-Frequency Bands,” *IEEE Std 521-2002 (Revision of IEEE Std 521-1984)*, pp. 0\_1–3, 2003.
- [22] Leonid A. Belov; Sergey M. Smolskiy; Victor N. Kochemasov, “Handbook of rf, microwave, and millimeter-wave components,” *Artech House*, pp. 27–28, 2012.
- [23] Y. T. Tanaka, Jean-Pierre Raulin, Fernando C. P. Bertoni, P. R. Fagundes, J. Chau, N. J. Schuch, M. Hayakawa, Y. Hobara, T. Terasawa, T. Takahashi, “FIRST VERY LOW FREQUENCY DETECTION OF SHORT REPEATED BURSTS FROM MAGNETAR SGR J1550–5418,” *The American Astronomical Society*, p. Volume 721, August 2010. [Online]. Available: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/2041-8205/721/1/L24/meta>
- [24] John W. Farley, “Power lines and cancer: Nothing to fear,” 2003. [Online]. Available: <http://www.quackwatch.org/01QuackeryRelatedTopics/emf.html>
- [25] Wertheimer N, Leeper E, “Electrical wiring configurations and childhood cancer,” *American Journal of Epidemiology*, 1979.
- [26] Brodeur P, “Currents of death: Power lines, computer terminals, and the attempt to cover up the threat to your health,” *New York: Simon and Schuster*, 1989.
- [27] Brodeur P, “The great power line cover-up: How the utilities and government are trying to hide the cancer hazard posed by electromagnetic fields,” *Little-Brown*, 1993.
- [28] Program #1319,, “Currents of fear, originally aired june 13,” *PBS Frontline*, 1995.
- [29] Davis JG and others, “Health effects of low-frequency electric and magnetic fields,” *Oak Ridge Associated Universities*, 1992.

- [30] Robert L. Park, "Review panel exonerates low frequency electromagnetic fields," *What's New*, 1992.
- [31] American Physical Society, "Power line fields and public health," *Adopted by Council on April 23, 1995, Reaffirmed by Council 15 April 2005*, 1995. [Online]. Available: [http://www.aps.org/policy/statements/95\\_2.cfm](http://www.aps.org/policy/statements/95_2.cfm)
- [32] Ernie Tretkoff, American Physical Society, "New research raises old questions about electromagnetic fields," *Adopted by Council on April 23, 1995, Reaffirmed by Council 15 April 2005*, 2016. [Online]. Available: <http://www.aps.org/publications/apsnews/200710/electromagneticfields.cfm>
- [33] National Research Council Committee, "National research council committee on the possible effects of electromagnetic fields on biologic systems. possible health effects of exposure to residential electric and magnetic fields," *Washington, DC: National Academy Press*, 1997.
- [34] Linet MS and others, "Residential exposure to magnetic fields and acute lymphoblastic leukemia in children," *New England Journal of Medicine*, pp. 337:1–7, 1997.
- [35] Campion EW, "Power lines, cancer, and fear," *New England Journal of Medicine*, pp. 337:44–46, 1997.
- [36] Day N, "Exposure to power-frequency magnetic fields and the risk of childhood cancer," *Lancet*, pp. 354:1925–1931, 1999.
- [37] Savitz DA and others, "Case-control study of childhood cancer and exposure to 60-hz magnetic fields," *American Journal of Epidemiology*, pp. 128, 21–38, 1988.
- [38] Keith Devlin, "When numbers matter," *Devlin's Angle*, 2005. [Online]. Available: <http://www.aps.org/publications/apsnews/200710/electromagneticfields.cfm>
- [39] A Ahlbom, N Day, M Feychting, E Roman, J Skinner, J Dockerty, M Linet, M McBride, J Michaelis, JH Olsen, T Tynes, PK Verkasalo, "A pooled analysis of magnetic fields and childhood leukaemia," *British Journal of Cancer*, 2000. [Online]. Available: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2363518/pdf/83-6691376a.pdf>
- [40] G. Draper, T. Vincent, M. E. Kroll, J. Swanson, "Childhood cancer in relation to distance from high voltage power lines in england and wales: a case-control study," *British Medical Journal*, 2005.
- [41] C. Pedersen, O. Raaschou-Nielsen, N. H. Rod, P. Frei, A. H. Poulsen, C. Johansen, and J. Schüz, "Distance from residence to power line and risk of childhood leukemia: a population-based case-control study in denmark," *Cancer Causes & Control*, vol. 25, no. 2, pp. 171–177, 2014. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1007/s10552-013-0319-5>
- [42] The Guardian, "Power cables linked to cancer," 2005. [Online]. Available: <https://www.theguardian.com/society/2005/jun/03/sciencenews.medicineandhealth>
- [43] G. Draper, T. Vincent, M. E. Kroll, J. Swanson, "251 zÁkon z 31. júla 2012 o energetike a o zmene a doplnení niektorých zákonov," *Zbierka zákonov č. 251/2012*, 2012.

- [44] J. Bendík, “Elektromagnetické polia vonkajších elektrických vedení vvn a zvn z hľ'a-diska limitov expozície obyvateľ'ov a dôsledky vyplývajúce pre návrh vedení,” *Diplomová práca*, 2014.
- [45] K. Pajunpa, H. Nevanlinna, “Magnetic results 2009,” *NURMIJARVI GEOPHYSICAL OBSERVATORY*, 2009.
- [46] J. D. JACKSON, “Are the stray 60-hz electromagnetic fields associated with the distribution and use of electric power a significant cause of cancer?” *Medical Sciences*, pp. 3508–3510, 2012.
- [47] M. Lee, “Low magnetic field emitting electric blanket,” Nov. 28 2000, uS Patent 6,153,856. [Online]. Available: <http://www.google.tl/patents/US6153856>
- [48] “Gm3120 digital lcd electromagnetic radiation detector emf meter dosimeter 42hy | ebay,” <http://www.ebay.com/itm/GM3120-Digital-LCD-Electromagnetic-Radiation-Detector-EMF-Meter-Dosimeter-42HY-/401180553362>, (Accessed on 12/06/2016).
- [49] “Kii k-ii k2 emf meter ghost detector | ebay,” <http://www.ebay.com/itm/KII-K-II-K2-EMF-Meter-GHOST-DETECTOR-Green-Laser-Grid-Pen-Extras-/282277896365>, (Accessed on 12/06/2016).
- [50] “Digital gauss emf elf meter detector electromagnetic field mg 30hz ~ 300hz range | ebay,” <http://www.ebay.com/itm/Digital-Gauss-EMF-ELF-Meter-Detector-Electromagnetic-Field-mG-30Hz-300Hz-Range-/181434554730>, (Accessed on 12/06/2016).
- [51] “Icnirp spectrum analyzer spectran nf-5030s - aaronia ag,” <http://www.aaronia-shop.com/products/spectrum-analyzer/handheld/emf-limit-tester-spectran-nf-5030s>, (Accessed on 12/06/2016).
- [52] World Health Organization, “Establishing a dialogue on risks from electromagnetic fields,” 2002. [Online]. Available: [http://www.who.int/peh-emf/publications/en/EMF\\_Risk\\_ALL.pdf](http://www.who.int/peh-emf/publications/en/EMF_Risk_ALL.pdf)
- [53] The International Agency for Research on Cancer, “Iarc monographs on the evaluation of carcinogenic risks to humans non-ionizing radiation, part 1: Static and extremely low-frequency (elf) electric and magnetic fields,” vol. 80, 2002. [Online]. Available: <http://monographs.iarc.fr/ENG/Monographs/vol80/mono80.pdf>
- [54] International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection, “Guidelines for limiting exposure to time-varying electric and magnetic fields (1 hz to 100 khz),” *HEALTH PHYSICS* 99(6), 2010. [Online]. Available: <http://www.icnirp.org/cms/upload/publications/ICNIRPLFgdl.pdf>
- [55] —, “Guidelines for limiting exposure to electric fields induced by movement of the human body in a static magnetic field and by time-varying magnetic fields below 1 hz.” *HEALTH PHYSICS* 2014, 2014. [Online]. Available: [https://www.icnirp.org/cms/upload/publications/ICNIRPmvtgdl\\_2014.pdf](https://www.icnirp.org/cms/upload/publications/ICNIRPmvtgdl_2014.pdf)
- [56] “NARIADENIE VLÁDY Slovenskej republiky č' 209/2016 Z. z. o minimálnych zdravotných a bezpečnostných požiadavkách na ochranu zamestnancov pred rizikami súvisiacimi s expozíciou elektromagnetickému poľu,” pp. 3812–3816, 2016.

- [57] L. Grcev, V. Jankov, V. Filipovski, "Induced voltages in metallic pipelines near power transmission lines," *Applied Electromagnetics*, (p. 269), 2002.
- [58] S. Missling, A. Riel, M. Wuschek, H. D. Reidenbach, D. Weiskopf, "Ressortforschungsberichte zur kerntechnischen sicherheit und zum strahlenschutz internationaler vergleich der rechtlichen regelungen im nichtionisierenden bereich - vorhaben 3614s80010, band 1 ländervergleich der regelungen für elektrische, magnetische und elektro-magnetische felder (0 hz - 300 ghz)," *Bundesamtes für Strahlenschutz* (, 2015.
- [59] R. Matthes, J. Bernhardt, A. McKinlay, "Guidelines on Limiting Exposure to Non-Ionizing Radiation," 1999.
- [60] "SMERNICA EURÓPSKEHO PARLAMENTU A RADY 2013/35/EU," vol. 2013, 2013.
- [61] "SMERNICA EURÓPSKEHO PARLAMENTU A RADY 2004/40/ES," vol. 2003, pp. 62–71, 2004.
- [62] "1999/519/ec council recommendation of 12 july 1999 on the limitation of exposure of the general public to electromagnetic fields (0 hz to 300 ghz)," pp. 59–70, 1999.
- [63] "Zákon č. 355/2007 Z. z., Zákon o ochrane, podpore a rozvoji verejného zdravia a o zmene a doplnení niektorých zákonov," pp. 3812–3816, 2007.
- [64] "NARIADENIE VLÁDY Slovenskej republiky o minimálnych zdravotných a bezpečnostných požiadavkách na ochranu zamestnancov pred rizikami súvisiacimi s expozíciou elektromagnetickému poľu," *Zbierka zákonov č. 217/2008*, pp. 1839–1840, 2008.
- [65] "NARIADENIE VLÁDY Slovenskej republiky o minimálnych zdravotných a bezpečnostných požiadavkách na ochranu zamestnancov pred rizikami súvisiacimi s expozíciou elektromagnetickému poľu," *Zbierka zákonov č. 329/2006*, pp. 2047–2061, 2006.
- [66] "Sbírka zákonů Česká republika, ročník 2008, nařízení vlády o ochraně zdraví před neionizujícím zářením," *Částka 1* ,, pp. 2–29, 2008.
- [67] "Sbírka zákonů Česká republika, ročník 2015, nařízení vlády č. 291/2015 sb., o ochraně zdraví před neionizujícím zářením," *Částka 120* ,, p. 3690–3711, 2015.
- [68] "NARIADENIE VLÁDY Slovenskej republiky o podrobnostiach o požiadavkách na zdroje elektromagnetického žiarenia a na limity expozície obyvateľov elektromagnetickému žiareniu v životnom prostredí," *Zbierka zákonov č. 325/2006*, pp. 2026–2037, 2006.
- [69] "VYHLÁŠKA Ministerstva zdravotníctva Slovenskej republiky o podrobnostiach o požiadavkách na zdroje elektromagnetického žiarenia a na limity expozície obyvateľov elektromagnetickému žiareniu v životnom prostredí," *Zbierka zákonov č. 534/2007*, pp. 3812–3816, 2007.
- [70] "STN EN 50341-1:2006 Vonkajšie elektrické vedenia so striedavým napätím. Časť 1: všeobecné požiadavky, Spoločné špecifikácie," 2006.
- [71] A. Tibbe and N. van, "High-voltage electricity tower provided with a foundation," Nov. 5 2014, eP Patent App. EP20,140,166,787. [Online]. Available: <https://www.google.com/patents/EP2799622A1?cl=en>

- [72] “The wintrack pylon, an innovative solution for new high-voltage lines.”
- [73] CIGRE, WG01, “Magnetic field in HV cable systems and systems without ferromagnetic component, vol 1,” no. June, 1996.
- [74] CIGRE, WG B2/C1.19, “TB 425 Increasing Capacity of Overhead Transmission Lines: Needs and Solutions ,” no. June, 2010.
- [75] K. S. Kunz and R. J. Luebbers, *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [76] H. A. Haus, *Electromagnetic Fields and Energy*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989. [Online]. Available: <https://ocw.mit.edu/resources/res-6-001-electromagnetic-fields-and-energy-spring-2008/chapter-3/03.pdf>

## Zoznam publikácií autora

BENDÍK, J. – CENKÝ, M. – ELESCHOVÁ, Ž. 3D numerical calculation of electric field intensity under overhead power line using catenary shape of conductors. Transactions on Electrical Engineering, 5. s. 97–103.

BENDÍK, J. – CENKÝ, M. – IVANIČ, M. – ELESCHOVÁ, Ž. Numerical calculation and its experimental verification of intensity of electric field under overhead power transmission line using catenary shape of conductors and flat surface. In KOZÁKOVÁ, A. ELITECH'17: elektronický zdroj 19th Conference of doctoral students. Bratislava, Slovakia. May 24, 2017. 1. vyd. Bratislava : Spektrum STU, 2017, ISBN 978-80-227-4686-1.

BENDÍK, J. – CENKÝ, M. – ELESCHOVÁ, Ž. – BELÁŇ, A. – CINTULA, B. Influence of the harmonic content on the root mean square value of the electromagnetic field produced by overhead power lines. In JANÍČEK, F. – ELESCHOVÁ, Ž. Power engineering 2018. Energy-Ecology-Economy 2018: 14th International scientific conference. Tatranske Matliare, Slovakia. June 5-7, 2018. 1. vyd. Bratislava : Slovak University of Technology, 2018, s. 116–119. ISBN 978-80-89402-98-4.

BENDÍK, J. – CENKÝ, M. – JANIGA, P. – IVANIČ, M. – ELESCHOVÁ, Ž. Measurement of transformer harmonic no-load currents spectrum using magnetic field spectral analysis. In Elektroenergetika 2017: elektronický zdroj 9th International scientific symposium on electrical power engineering. Stará Lesná, Slovak Republic. September 12-14, 2017. Košice : Technical University of Košice, 2017, s. 660–663. ISBN 978-80-553-3195-9.

BENDÍK, J. – CENKÝ, M. Calculation of magnetic flux density generated by overhead power transmission lines. In KOZÁKOVÁ, A. ELITECH'16: elektronický zdroj 18th Conference of doctoral students. Bratislava, Slovakia. June 8, 2016. 1. vyd. Bratislava : STU, 2016, ISBN 978-80-227-4561-1.

BENDÍK, J. – KMENT, A. – PÍPA, M. Enumeration of magnetic flux density generated by power transmission lines. In EPE 2015: 16th International scientific conference on electric power engineering. Kouty nad Desnou, Czech Republic. May 20-22, 2015. Ostrava : VSB - Technical University of Ostrava, 2015, s. 396–401. ISBN 978-1-4673-6787-5.

BENDÍK, J. – CENKÝ, M. – ELESCHOVÁ, Ž. – BELÁŇ, A. – CINTULA, B. Controversy in discussion on health risk associated with electromagnetic fields of overhead power lines. In JANÍČEK, F. – ELESCHOVÁ, Ž. Power engineering 2018. Energy-Ecology-Economy 2018: 14th International scientific conference. Tatranske Matliare, Slovakia. June 5-7, 2018. 1. vyd. Bratislava : Slovak University of Technology, 2018, s. 120–123. ISBN 978-80-89402-98-4.

BENDÍK, J. – CENKÝ, M. – ELESCHOVÁ, Ž. Complex calculation of intensity of electric field under power transmission line using catenary shape of conductors and flat surface. In JANÍČEK, F. – ELESCHOVÁ, Ž. Power engineering 2016. Energy-Ecology-Economy 2016: 13th International scientific conference. Tatranske Matliare, Slovakia. May 31 - June 2, 2016. 1. vyd. Bratislava : Slovak University of Technology, 2016, s. 139–144. ISBN 978-80-89402-86-1.

BENDÍK, J. Názory na účinky elektromagnetického žiarenia na ľudské zdravie. Pro-Energy magazín, 11. s. 68–71.

CENKÝ, M. – BENDÍK, J. – ELESCHOVÁ, Ž. Advanced methods for computation of electrical parameters for overhead transmission lines. Journal of Electrical Engineering :, 68. s. 143–147.