

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

Fakulta elektrotechniky a informatiky

Ing. Adam Gavula

Autoreferát dizertačnej práce

**Návrh algoritmu na potlačenie kmitov
podvozku mobilného robota**

na získanie akademického titulu

„doktor“ („philosophiae doctor“, v skratke „PhD.“)

v doktorandskom študijnom programe: **robotika a kybernetika**

v študijnom odbore: **9.2.7. kybernetika**

forma štúdia: **denná**

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

Fakulta elektrotechniky a informatiky

Dizertačná práca bola vypracovaná na
Ústave robotiky a kybernetiky FEI STU v Bratislave.

Predkladateľ: *Ing. Adam Gavula*

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Ústav robotiky a kybernetiky FEI STU
Ilkovičova 2961/3, 841 04 Bratislava

Školiteľ: *prof. Ing. Peter Hubinský, PhD.*

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Ústav robotiky a kybernetiky FEI STU
Ilkovičova 2961/3, 841 04 Bratislava

Oponenti: *Doc. Ing. Ján Vachálek, PhD.*

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Strojnícka fakulta
Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky
Námestie slobody 17, 812 31 Bratislava 1.

doc. Ing. Jozef Hrbček, PhD.

Žilinská univerzita v Žiline
Fakulta elektrotechniky a informačných technológií
Katedra radiacích a informačných systémov
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.

Autoreferát bol rozoslaný dňa:, obhajoba dizertačnej práce sa bude konať dňa: **31.10.2025 o 09:00** na Fakulte elektrotechniky a informatiky STU, Ilkovičova 3, 841 04 Bratislava.

Abstrakt

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY

Študijný program:	Robotika a kybernetika
Autor:	Ing. Adam Gavula
Dizertačná práca:	Návrh algoritmu na potlačenie kmitov podvozku mobilného robota
Vedúci záverečnej práce:	prof. Ing. Peter Hubinský, PhD.
Miesto a rok predloženia práce:	Bratislava 2025

Pri náhlych zmenách rýchlostí a smeru pohybu kolesových podvozkov mobilných robotov vplyvom rôznych pružností, typicky niektorého z členov mechanického reťazca medzi motorom a koncovým členom v ich konštrukcii a iných vplyvov vznikajú mechanické oscilácie, ktoré môžu byť z rôznych dôvodov nežiaduce. Kmity môžu napríklad zamedzovať vyhodnoteniu obrazových informácií z kamery, ktorá je umiestnená v určitej výške nad telom robota. Úlohou je navrhnúť algoritmus, ktorý prispôbí časový priebeh pôsobiacich momentov takým spôsobom, aby sa amplitúda kmitov celej konštrukcie robota eliminovala a to pomocou tvarovania signálu želanej rýchlosti. Reziiduálne kmity môžu byť obdobne vybudené aj pri riadení otočného pohybu vežového žeriava resp. reťazkového kolotoča, kedy sa síce systém pohybuje vo viacerých stupňoch voľnosti, no tieto sú vzájomne zviazané a nie všetky stupne voľnosti je možné ovládať separátne (vieme ovládať len uhlovú rýchlosť otáčania kolotoča a nie jednotlivé kartézské osi).

Kľúčové slová: vstupné tvarovanie, dizajn filtra FIR, redukcia vibrácií, spektrálna analýza, tlmenie kmitov, nelineárny systém

ABSTRACT

SLOVAK UNIVERSITY OF TECHNOLOGY IN BRATISLAVA
FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND INFORMATION
TECHNOLOGY

Study programme:	Robotics and cybernetics
Author:	Ing. Adam Gavula
Dissertation:	Algorithm Proposal for the Suppression of Oscillations of the Chassis of a Mobile Robot
Supervisor:	prof. Ing. Peter Hubinský, PhD.
Place and year of submission:	Bratislava 2025

During sudden changes in the speed and direction of movement of the wheeled chassis of mobile robots due to the influence of various elasticities, typically of one of the members of the mechanical chain between the motor and the end member in their construction, and other influences, mechanical oscillations arise, which can be undesirable for various reasons. Vibrations can, for example, prevent the evaluation of image information from a camera placed at a certain height above the robot's body. The task is to design an algorithm that adapts the time course of the acting moments in such a way that the amplitude of oscillations of the entire robot structure is eliminated by shaping the signal of the desired speed A . Residual oscillations can be similarly excited when controlling the rotating movement of the tower crane or chain carousel when the system moves in several degrees of freedom, but they are interconnected and not all degrees of freedom can be controlled separately (we can only control the angular speed of rotation of the carousel and not the individual Cartesian axes).

Keywords: input shaping, FIR filter design, vibration reduction, spectral analysis, vibration damping, nonlinear system

Obsah

Úvod	6
1 Ciele dizertačnej práce	7
1.1 Tézy dizertačnej práce	7
2 Metódy eliminácie kmitov	8
2.1 Tvarovanie vstupného signálu	8
2.2 Off-line tvarovanie	9
2.2.1 Obdĺžnikový impulz	9
2.2.2 Lichobežníkový impulz	11
2.3 On-line tvarovanie	12
2.3.1 Filtre s nekonečnou odozvou	12
2.3.2 Filtre s konečnou odozvou	13
2.3.3 Tvarovač na báze postupnosti Diracových impulzov	13
2.3.4 Obmedzenia tvarovača	16
2.3.5 Obmedzenia robustnosti	18
2.4 Adaptívne metódy	21
2.5 Spätnoväzbové mechanizmy	22
2.6 Heuristické metódy	22
2.6.1 Genetický algoritmus	23
3 Formulácia problému a popis riešenia	24
3.1 Návrh metódy	25
4 Verifikácia metódy	27
4.1 Verifikácia simuláciou	27
4.1.1 Výsledky simulačných experimentov	28
4.2 Verifikácia na reálnom modeli	30
4.2.1 Rotačný karuselový systém	30
4.2.2 Mobilný podvozok	36
5 Záver	44
Zoznam použitej literatúry	54
6 Publikované práce autora	54

Úvod

Problematika riadenia flexibilných štruktúr, ktorej neoddeliteľnou súčasťou je výskyt prirodzených, nežiadúcich kmitov je dlhodobou výzvou. Schémy tvarovania vstupu, vychádzajúce z frekvenčnej analýzy, sa prvýkrát objavili už v 50. rokoch. Táto raná metóda, nazývaná *Posicast*, delí vstupný signál na viac krokov aplikovaných s predstihom a znižuje kmity [1, 2, 3]. Z nej bol odvodený *ZV tvarovač*, ktorý formuje sériu impulzov s určenými amplitúdami a časovaním, aby kompenzoval odozvu systému [4]. Masovejšie nasadenie prišlo v 80.–90. rokoch v rôznych systémoch bez zásadných hardvérových úprav, najmä pri prechodových dejoch s opakovaným rýchlostným profilom. Takéto riešenia sa uplatnili najmä v dopravníkoch [5], manipulátoroch [6] a kozmických lodiach [7, 8]. Pri riadení žeriavov [9] vznikla potreba generovať trajektórie v reálnom čase, čo obmedzilo výber algoritmov. Lineárne prístupy boli citlivé na chyby modelu a identifikácie, a preto zanechávali zvyškové vibrácie [10]. To viedlo k vytvoreniu robustných metód, používaných najmä v praxi [11]. Súbežne rástol výpočtový výkon aj presnosť snímačov a akčných členov, čo umožnilo tvorbu sofistikovanejších metód. Zároveň sa rozšírili aj možnosti systémov, kde je možné tieto metódy aplikovať, napríklad vo výťahoch [12], pevných diskoch [13], ale aj v prípade elektronickej škrtiacej klapky [14], torzných mikrozrkadlách v MEMS [15, 16], či strojoch na plnenie [17].

Táto práca sa zameriava na potláčanie kmitov v systémoch s premenlivými parametrami na príklade mobilného podvozku pre logistiku, skladovanie a manipuláciu. Platforma získava obrazové dáta na orientáciu či kontrolu kvality, pričom počas brzdenia je nutné potlačiť kmity, inak vizuálny systém počas expozície produkuje znehodnotené údaje. Pri pohybe po oblúku sa kombinujú účinky uhlového zrýchlenia, odstredivých a Coriolisových síl, čo vytvára prepojené kmity vo viacerých osiach a nelineárnu, časovo premennú dynamiku. Práca postupuje od teoretických základov (časové a frekvenčné vlastnosti metód), cez návrh fúzie viacvrstvového tvarovania s nezávislými tvarovačmi pre jednotlivé osi a nelineárnou úpravou, až po overenie numerickými simuláciami a experimentmi na rotačných modeloch (retiazkový kolotoč, mobilný podvozok). V práci sú predstavené metódy, ktoré umožňujú vyššiu flexibilitu a robustné prispôsobenie zmien on-line úpravou parametrov korekčného člena, pričom sa zároveň hľadajú aj optimálne riešenia.

1 Ciele dizertačnej práce

Cieľom tejto práce je navrhnúť, implementovať a overiť algoritmus, ktorý dokáže prispôbiť priebeh riadiaceho signálu tak, aby sa minimalizovali reziduálne vibrácie vznikajúce pri náhlych zmenách rýchlosti pohybu v systémoch s pružnými koncovými členmi. Problémové sú najmä systémy, v ktorých sa stupne voľnosti navzájom ovplyvňujú a nemožno ich riadiť nezávisle, ako je to v prípade kolesových podvozkov mobilných robotov, či pri otočných zariadeniach typu vežových žeriavov a kolotočov. Práca sa zameriava na analýzu existujúcich metód tlmenia zvyškových kmitov a na ich rozšírenie pre pohyb po zakrivených trajektóriách, kde je interakcia medzi jednotlivými stupňami voľnosti obzvlášť zásadná, pričom súčasťou riešenia bude aj návrh riešenia umožňujúceho prispôbenie parametrov navrhnutého riešenia pri zmene vlastností kmitov systému. Práca sa bude venovať aj návrhu metódy identifikácie frekvencie a tlmenia kmitov založenej na spracovaní optického toku z kamery v reálnom čase. Navrhnutý algoritmus bude nasadený v reálnych systéme a jeho účinnosť, efektívnosť a praktická využiteľnosť budú potvrdené experimentálnym overením.

1.1 Tézy dizertačnej práce

Základné tézy dizertačnej práce sú:

- Naštudovať a analyzovať doterajšie metódy tlmenia reziduálnych kmitov pre mechatronické systémy so slabým tlmením.
- Rozšírenie existujúcich teórií na systémy pohybujúce sa po dráhe v tvare oblúku.
- Vyvinúť metódu analýzy vlastných kmitov na základe optického toku z kamery v reálnom čase.
- Na reálnych zariadeniach overiť účinnosť navrhnutých algoritmov ich efektívnosť a použiteľnosť.

2 Metódy eliminácie kmitov

Metódy eliminácie nežiaducich kmitov delíme podľa implementácie na mechanické a elektronické a podľa mechanizmu na pasívne a aktívne. Pasívne sú obľúbené pre jednoduchosť spoľahlivosť a ľahkú výrobu napriek obmedzenej frekvenčnej odozve. Mechanické využívajú vlastnosti materiálov a konštrukčných prvkov predovšetkým tlmiče a rôzne formy trenia.

2.1 Tvarovanie vstupného signálu

V realite však existuje množstvo systémov, ktoré vykazujú kmitavé vlastnosti, ale ich konštrukcia neumožňuje jednoduchú aplikáciu snímačov pre realizáciu tlmiacich spätných väzieb, ktoré by tieto veličiny merali. V niektorých prípadoch je postačujúce, na základe kmitavého charakteru signálu, nasadiť vhodný typ snímača len počas jednorazovej, prípadne priebežnej identifikácie vlastnej frekvencie kmitov. Tieto alternatívne metódy predstavujú spôsob eliminácie reziduálnych kmitov (teda kmitov, ktoré v systéme zostanú po ukončení prechodného deja pri rozbehu, dobehu alebo pri všeobecnej zmene rýchlosti pohybu). Práve tento pohyb je dominantným zdrojom budenia kmitov čo znamená, že obsahuje také frekvenčné zložky, ktoré je potrebné eliminovať filtráciou a to najmä počas dobehovej fázy pohybu, ktorá môže byť z rôznych dôvodov kritickejšia. Systém, ktorý vykazuje harmonické oscilácie okolo rovnovážnej polohy, jeho budiacim signálom je lineárne zrýchlenie pohybu $a(t)$ a výstupom je uhol vychýlenia objektu z rovnovážnej polohy φ , môže byť reprezentovaný prenosovou funkciou druhého rádu s vlastnou frekvenciou ω_0 a tlmením b :

$$F(s) = \frac{\varphi(s)}{a(s)} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2b\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (1)$$

V prípade privedenia impulzu zrýchlenia $a(t)$ na vstup takéhoto systému a po jeho doznení zostanú na výstupe vybudené reziduálne kmity s amplitúdou:

$$A_\varphi = \frac{\omega_0 \sqrt{1-b^2}}{1-b^2} S_a \left(\omega_0 \sqrt{1-b^2} \right) \quad (2)$$

Veľkosť absolútnej hodnoty Fourierovho obrazu (amplitúdy spektra) vstupného impulzu zrýchlenia na vlastnej uhlovej frekvencii systému ω_0 je označená symbolom $S_a(\omega_0)$. To znamená, že hľadaná frekvencia ω ,

na ktorej musí byť Fourierov obraz zrýchlenia nulový (aby nedošlo k vybudeniu reziduálnych kmitov) je vlastná uhlová frekvencia systému ω_0 (t.j. $\omega = \omega_0$). Takéto filtrovanie spektrálnych zložiek sa taktiež označuje aj pod pojmom tvarovanie v okolí vlastnej uhlovej frekvencie riadeného systému. Metódy spracovania týchto signálov sa delia na on-line a off-line.

2.2 Off-line tvarovanie

Pri off-line tvarovaní je trajektória definovaná vopred (nie v reálnom čase) a počas pohybového cyklu sa neustále opakuje, ako napríklad pri motorových pohonoch používaných v tlačiarňi, pevnom disku, výrobných linkách a pod., kedy sa aplikuje stále rovnaký tvar rozbehu a dobehu bez potreby akejkoľvek zmeny.

2.2.1 Obdĺžnikový impulz

Preddefinovaný vstupný signál, ktorý má konštantnú hodnotu počas určitého časového intervalu, označený $U_a(t)$, určený amplitúdou U_a a šírkou impulzu τ , má vzhľadom na jeho jednoduchosť najčastejšie formu obdĺžnikového impulzu. Pribeh amplitúdy spektra takéhoto impulzu je možné pomocou Fourierovho radu opísať nasledovne:

$$S_a(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U_a(t) e^{-j\omega t} dt \right| = \left| \frac{2\beta U_{\max} \sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\omega} \right| \quad (3)$$

Pribeh $S_a(\omega)$ nadobúda nulovú hodnotu pre frekvencie spĺňajúce rovnosť

$$\omega = m \frac{2\pi}{\tau}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (4)$$

To znamená, že zaistenie nulovej hodnoty $S_a(\omega)$ na frekvencii $\omega = \omega_0$ je dosiahnuteľné voľbou τ tak, aby m -tá nula splynula s frekvenciou ω_0 , teda:

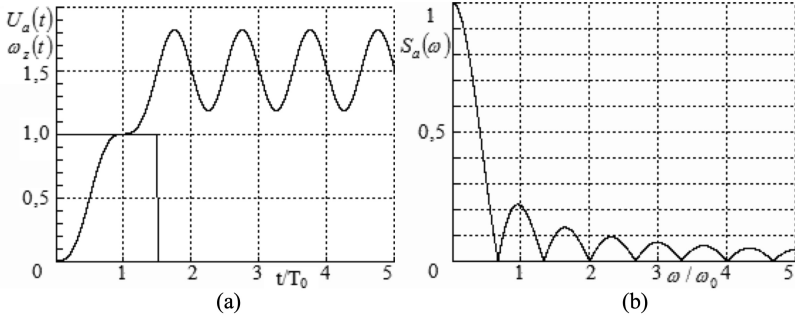
$$m \frac{2\pi}{\tau} = \omega_0 \quad (5)$$

Po úprave:

$$\tau = m \frac{2\pi}{\omega_0} = mT_0 \quad (6)$$

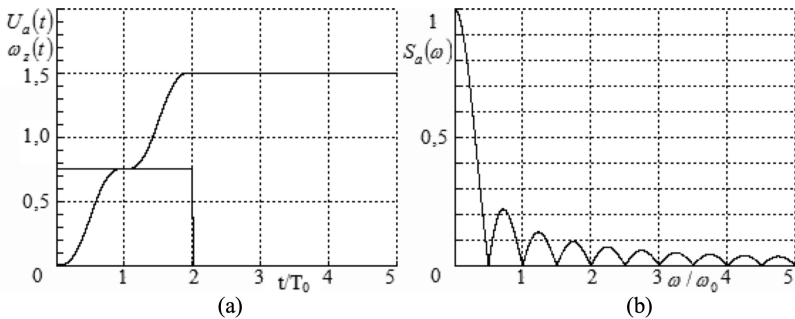
Pričom T_0 je perióda vlastných kmitov systému, ktorej celočíselný násobok by mal byť pre účinnú elimináciu rovný dĺžke impulzu (súčasne musia byť splnené aj iné podmienky, napríklad podmienka predpísanej plochy

impulzu, minimalizácia jeho dĺžky a pod.). Účinnosť navrhnutého riešenia je možné ilustrovať na príklade uzavretého rýchlostného systému s pružnosťou s nízkym tlmením. Na obr. č. 1a. je znázornená odozva na netvarovaný vstupný signál s amplitúdou $U_a = 1$ a dĺžkou, ktorá je rovná 1,5-násobku periódy vlastných kmitov systému T_0 . Je zrejmé, že odozva má kmitavý charakter, ktorý súvisí s nenulovou hodnotou amplitúdy spektra $S_a(\omega)$ na frekvencii $\omega = \omega_0$, čo je zrejmé z obr. č. 1b.



Obrázok 1: Prechodný dej a spektrum pre prípad netvarovaného obdĺžnikového impulzu zrýchlenia

Odozva spolu s tvarovaným vstupným signálom, ktorého dĺžka je $\tau = 2T_0$ je znázornená na obr. č. 2a. Z nej je zrejmé potlačenie zvyškových kmitov po doznení impulzu, keďže v danom prípade je nulová hodnota amplitúdy spektra na vlastnej frekvencii systému (obr. č. 2b) so strmým priebehom v okolí jednotlivých núl (primárne pre hodnotu $\omega = \omega_0$).



Obrázok 2: Prechodný dej a spektrum pre prípad tvarovaného obdĺžnikového impulzu zrýchlenia

Napriek jednoduchej realizovateľnosti takéhoto impulzu, ktorý sa často označuje aj ako ostrý, môže nastať problém s jeho nespojitosťou, ktorá vedie okrem dynamického skreslenia aj k vysokým hodnotám trhu, čo môže viesť k obmedzeniu životnosti rôznych mechanických komponentov riadeného systému. Ďalším obmedzením z pohľadu parametrov ovplyvňujúci jeho tvar je absencia voľného stupňa voľnosti, pretože dĺžka tohto impulzu je určená podmienkou zabezpečujúcou nulu spektra na vlastnej uhlovej frekvencii riadeného systému a jeho amplitúda je viazaná požiadavkou na plochu impulzu.

2.2.2 Lichobežníkový impulz

Naproti tomu najbližším vyšším tvarom riadiaceho impulzu je lichobežníkový tvar, ktorý má o jeden stupeň voľnosti viac a ten je možné použiť na konštrukciu vhodnej doplnkovej podmienky. Splnenie týchto podmienok môže umožniť zabezpečenie dvojnásobnej nuly amplitúdy spomínaného spektra systému. Výhodou takéhoto riešenia je pozvoľnejší priebeh v okolí nulovej hodnoty na tejto frekvencii, čo znižuje citlivosť na možné kolísanie veľkosti vlastnej uhlovej frekvencie systému ω_0 alebo na jej nepresné určenie.

Pri požiadavke minimálneho času možno generovať vstup časovo optimálnym multi switch bang bang riadením s prepínaním medzi kladnou a zápornou hodnotou a s časmi danými parametrami systému a cieľovou vzdialenosťou. Ak treba viac stupňov voľnosti pri zachovaní obmedzenia amplitúdy a predpísanej plochy impulzu tvar signálu sa zovšeobecni. Použiť možno rozklad do harmonických napríklad cez upravenú versínovú funkciu ktorý umožní pridávať podmienky vrátane viacnásobnej nuly na vlastnej uhlovej frekvencii alebo potlačenia susedných módo. Hladké profily vypočítané analyticky sú výhodné no trigonometrické tvary zvyšujú náročnosť riadenia v reálnom čase. Nároky znižuje určenie tvaru hrán polynomiálnym radom s hľadaním koeficientov a s vyhodnocovaním cez Hornerov algoritmus. Stále je nutné strážiť priebeh na celom intervale a vylúčiť nerealizovateľné riešenia napríklad pri prekročení limitov pohonu čo vyvoláva nelineárne javy. Optimalizácia koeficientov môže byť ťažká pri viacerých obmedzeniach pri vysokej citlivosti alebo pri veľkej ploche impulzu. Pri extrémne malej ploche naopak nevzniká nasýtenie a tvar môže obsahovať nežiaduce špičky kvôli vynúteným podmienkam ako spojitosť.

2.3 On-line tvarovanie

On-line tvarovanie je vopred neznáma metóda predtvarovania profilu generovania ľubovoľnej trajektórie, pri ktorej je systém riadený ľudskou obsluhou alebo nadradeným systémom, ktorý pôsobí ako generátor trajektórie, čo znamená, že je potrebné upravovať vstupný signál v reálnom čase tak, aby sa z neho vylúčili spektrálne zložky z okolia vlastnej frekvencie. Jedným zo spôsobov takejto úpravy je aplikácia rôznych digitálnych filtrov, ktoré majú schopnosť selektívne zosilňovať, potláčať alebo meniť jednotlivé komponenty frekvenčného spektra signálu na vstupe. Na základe týchto zmien vo frekvenčnom spektre sa digitálne filtre často klasifikujú podľa ich frekvenčnej charakteristiky a to na dolnopriepustné alebo hornopriepustné a pásmovopriepustné alebo zádržné. Keďže naším cieľom je tlmiť určité zložky (napr. iba jedna frekvencia alebo ich množina) a so zvyšnými nie je potreba sa zaoberať, môžeme hovoriť o zárezovom filtrovaní, pre ktoré je charakteristické použitie pásmovej zádrže. Treba však pri návrhu brať do úvahy fakt, že ideálne filtre nie sú technicky realizovateľné. Ďalej filtre rozlišujeme aj podľa typu ich impulznej odozvy na filtre s nekonečnou impulznou odozvou (IIR filtre) a filtre s konečnou impulznou odozvou (FIR filtre).

2.3.1 Filtre s nekonečnou odozvou

Štruktúra IIR filtrov obsahuje minimálne jednu spätnú väzbu, sú často jednoduché na implementáciu a analýzu. Majú nelineárne fázové spektrum v priepustnom pásme, čo môže byť užitočné, avšak charakter nelinearít by musel byť podrobne preskúmaný, keďže každá nelinearita predstavuje jedinečný problém. Hlavnou výhodou konvenčných IIR filtrov voči FIR filtrom je, že môžu dosiahnuť požadovanú frekvenčnú odozvu s menším počtom parametrov (koeficientov), čo môže byť efektívne, avšak jednoducho môže dôjsť k nestabilite. Dynamiku je možné popísať prenosovou funkciou, kde podiel polynómov v čitateli a menovateli, definuje ich impulzné odozvy. Menovateľ má rád rovný alebo vyšší ako čitateľ, zahŕňa súčet vážených vstupných signálov a predchádzajúcich výstupov a má tvar:

$$F(s) = \frac{\omega_{hr}}{s + \omega_{hr}} \quad (7)$$

Hraničná uhlová frekvencia filtra sa volí tak, aby na vlastnej uhlovej frekvencii dochádzalo k predpísanému útlmu amplitúdy spektra. Ak je požiadavka napríklad na 10-násobné potlačenie amplitúdy reziduálnych kmitov (-20 dB),

veľkosť hraničnej frekvencie ω_{hr} je potom daná:

$$\omega_{hr} = \frac{\omega_0}{10} \quad (8)$$

Značné predĺženie prechodného deja, ktorého priebeh dosahuje ustálenú hodnotu v nekonečnom čase (t.j. má asymptotický charakter), je možné eliminovať aplikáciou filtrov vyšších rádov. Ešte lepšie výsledky možno dosiahnuť dolnopriepustnými filtrami vyšších rádov, ako napríklad Butterworthov, Čebyševov, Thomsonov (Besselov) alebo eliptický filter.

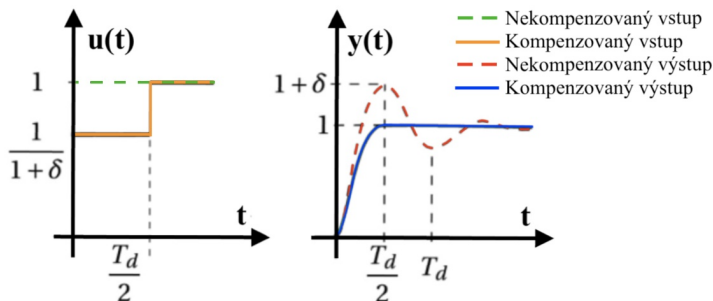
2.3.2 Filtre s konečnou odozvou

Vhodnejšou alternatívou sa ukázali FIR filtre, ktoré majú konečnú impulznú a lineárnu fázovú odozvu. Sú vždy stabilné bez ohľadu na ich koeficienty (priame impulzné odozvy). Pri navrhovaní filtrov alebo vstupných tvarovačov existuje množstvo parametrov, ktoré možno považovať za mieru vhodnosti návrhu. Vo všeobecnosti môžeme tvrdiť, že čím je pásmová zádrž širšia, tým robustnejší tvarovač je potrebné navrhnuť na elimináciu kmitov. So zväčšujúcou sa šírkou pásmovej zádrže sa však musí zväčšiť dĺžka filtra (za predpokladu, že všetky ostatné podmienky sa nezmenia) [18]. Zväčšenie dĺžky filtra alebo tvarovača spôsobí zodpovedajúce predĺženie doby nábehu riadiaceho signálu, čo v konečnom dôsledku predĺži prechodový čas systému. Ak sa zníži tolerovaná miera kmitov (v reálnych systémoch až do miery šumu), tvarovač zníži kmitanie výraznejšie [19]. Rád filtra sa zvyšuje so zužovaním prechodového pásma [20]. Vo väčšine vyššie uvedených prácach je štruktúra filtra pevná a jeho parametre (nuly) sú určené len blízokým umiestnením flexibilných pólov systému, ktoré je potrebné zrušiť. Toto je hlavný rozdiel v porovnaní s bežnými metódami navrhovania zárezového filtra, kde je možné nastaviť napríklad šírku stop pásma a úroveň útlmu pri požadovanej frekvencii a tak je možné si zvoliť kompromis medzi robustnosťou filtra a oneskorením, ktoré zavádza do signálovej odozvy [21]. Zatiaľ čo dolnopriepustná filtrácia môže znížiť zvyškové vibrácie, je neefektívna, pretože spôsobuje veľkú penalizáciu doby nábehu [22, 23].

2.3.3 Tvarovač na báze postupnosti Diracových impulzov

Špecifickým typom FIR filtra je aj metóda eliminácie kmitov pomocou riadenia s časovým oneskorením, kde je riadiaci signál upravený tak, aby kompenzoval oneskorenie. Tento princíp sa prvýkrát objavil koncom päťdesiatych rokov 20. storočia pod názvom *Posicast* a nevyhnutným úkonom

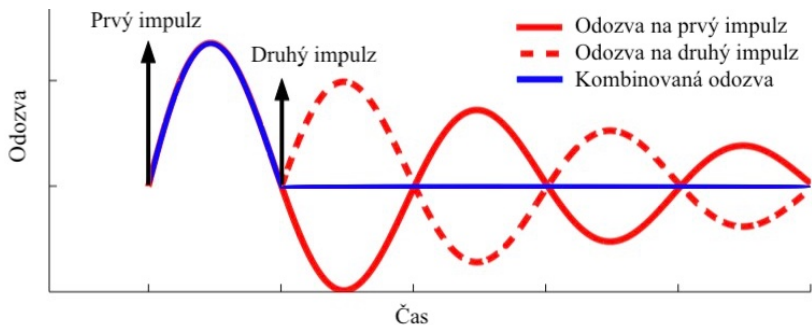
pre správnu funkciu je počiatočná analýza frekvenčných charakteristík systému a identifikácia frekvencií, na ktorých dochádza k vibráciám. Pre znázornenie tejto metódy je na obr. č.3 vpravo červenou uvedená odozva slabo tlmeného systému na skokový impulz (vľavo zelená), z ktorej je zrejмый čas $\frac{T_d}{2}$, kedy nastal prekmit (t.j. polovica periódy kmitu) s hodnotou $1 + \delta$.



Obrázok 3: Priebeh vstupného impulzu (vľavo) a jeho odozva (vpravo) pre tvarovaný a netvarovaný prípad

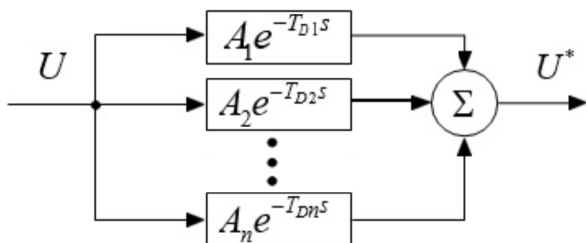
Pôvodný skokový impulz bol upravený na tvarovaný signál (vľavo oranžová), ktorý v prvej časti s hodnotou $\frac{1}{1+\delta}$, ktorá trvá do času $\frac{T_d}{2}$ obmedzuje skokovú zmenu (posunie systém do polohy blízko želanej hodnoty, čo spôsobí kmitanie) a druhej časti s hodnotou 1, ktorá nasleduje po $\frac{T_d}{2}$ potláča dodatočné kmity systému. Táto úprava zaisťuje, že odozva systému (vpravo modrá) dosiahne požadovanú hodnotu bez nadmerného prekmitu v čase $\frac{T_d}{2}$, čím sa dosiahne stabilnejšia a rýchlejšia odozva.

Podobným príkladom demonštrácie základného princípu filtrovania je metóda znázornená na obrázku č. 4. Uvažovaná je odozva mierne tlmeného systému druhého rádu s prenosom 1, pozostávajúca z odhadovaných hodnôt vlastnej frekvencie a tlmenia na sériu dvoch impulzov. Červenou je zobrazená odozva systému na impulzy, ak boli každý aplikovaný jednotlivito a modrá zobrazuje kombinovanú odozvu systému vyplývajúcu zo superpozície.



Obrázok 4: Odozva systému na jednotlivý a kombinovaný impulz.

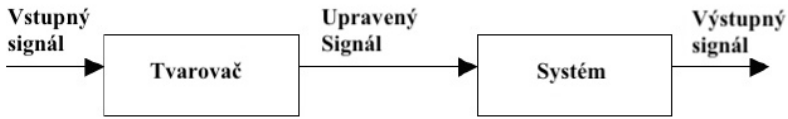
Tento príklad ilustruje, že impulzy vhodných amplitúd a časov môžu byť aplikované na systém takým spôsobom, že sa rezonančné módy systému deštruktívne kombinujú, čo vedie k minimalizácii výsledného vektora komponentných impulzov. Štruktúru FIR tvarovača môžeme vyjadriť sériou Diracových impulzov, kde $D(t)$ predstavuje časový priebeh Diracovho impulzu. Každému z impulzov je priradená príslušná amplitúda A_n a časové oneskorenie T_{Dn} n -tého Diracovho impulzu voči prvému zo série, u ktorého predpokladáme oneskorenie s nulovou hodnotou (Obr. č. 5).



Obrázok 5: Vnútna štruktúra tvarovača n -tého rádu.

Prechod signálu paralelnou kombináciou dopravných oneskorení je teda možné z matematického hľadiska nahradiť operáciou konvulčného násobenia základného referenčného signálu so sekvenciou Diracových impulzov (paralelnou kombináciou dopravných oneskorení), čo znamená, že riadiaci signál rozložia na niekoľko časovo posunutých zložiek, ktoré jednotlivito síce vybudia čiastkové kmity, avšak v súčte sa tieto kmity vzhľadom na vhodne nastavené fázové posuny a amplitúdy utlmia. Tento proces teda vyžaduje jednu operáciu násobenia a jedno sčítanie

pre každý impulz. Základná bloková schéma princípu tvarovania, je zobrazená na obr. č.6.



Obrázok 6: Bloková schéma systému so vstupným tvarovačom.

Keďže vstupný tvarovač musí byť umiestnený priamo pred riadeným systémom, ktorý sa časom mení, neexistuje žiadna spätná väzba, ktorá by mohla pomôcť správne nastaviť riadiaci signál [4, 24]. Identifikáciou výstupu riadeného systému je možné vstupný tvarovač správne nakonfigurovať a tak upraviť riadiaci signál požadovaným spôsobom.

2.3.4 Obmedzenia tvarovača

Vzhľadom na transcendentálny charakter problematiky, môže existovať nekonečný počet riešení. Na výber praktického riešenia je potrebné definovať súbor rôznych obmedzujúcich rovníc (podmienok), ktoré sú odvodené na základe požiadaviek, čím je možné určiť amplitúdy a časové polohy impulzov vo vstupnom tvarovači [19, 25].

Obmedzenia amplitúd impulzov

Ak amplitúdy impulzov nie sú obmedzené, môžu ich hodnoty dosahovať kladné alebo záporné nekonečno z dôvodu časovej optimality [26]. Riešenie tohto problému môže spočívať v obmedzení veľkosti impulzov, alebo je potrebné vyžadovať, aby všetky impulzy mali kladné hodnoty. Obmedzenie amplitúd impulzov je potrebné taktiež na zabezpečenie toho, aby tvarovaný vstupný signál dosiahol rovnakú konečnú hodnotu ustáleného stavu ako pôvodný referenčný signál bez tvarovania. Toto obmedzenie nie je výslovne uvedené v niektorých návrhoch algoritmov filtrov (najmä v takých, kde filter má nelineárny charakter) a je často riešené iteratívnym spôsobom [27]. Na zamedzenie zmeny veľkosti riadiaceho impulzu je nutné, aby súčet všetkých amplitúd bol rovný jednej.

$$\sum_{i=1}^N A_i = 1 \quad (9)$$

Obmedzenia zvyškovej amplitúdy vibrácií

Podmienka pre obmedzenia zvyškových vibrácií patrí azda medzi najdôležitejšie (skôr bola spomenutá ako vektorová) [25, 28, 29]. Uvedený pomer amplitúd možno vyjadriť ako funkciu vlastnej frekvencie systému ω a koeficientu tlmenia b sústavy podľa vzťahu 10, ktorý možno zapísať v tvare rovnice predpisujúcej nulovú hodnotu amplitúdy vektorového súčtu všetkých Diracových impulzov tvoriacich príslušný typ tvarovača.

$$\left| \sum_{i=1}^N A_i e^{-j\omega T_{Di}} e^{-b\omega T_{Di}} \right|_{\omega=\omega_v} = 0 \quad \omega_v = \omega_0 \sqrt{1-b^2} \quad (10)$$

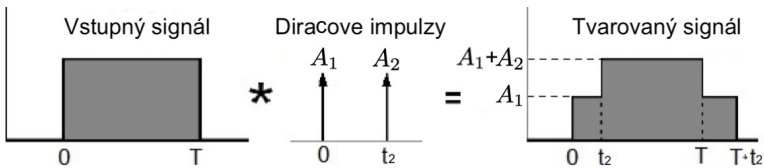
Doteraz spomenuté obmedzenia postačujú pre návrh základného (skorého) tvarovača (ZV), ktorý má veľmi totožnú štruktúru (2 vhodne posunuté impulzy v čase), ako bolo demonštrované na obr. č. 4. Aby bola splnená podmienka dvojice Diracových impulzov musíme vypočítať veľkosť amplitúd a čas medzi samotným skokom podľa rovníc uvedených v maticovom zápise č. 11.

$$ZV = \begin{bmatrix} A_j \\ t_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+k} & \frac{k}{1+k} \\ 0 & \frac{1}{2}T_D \end{bmatrix} \quad (11)$$

Parametre k a T_D dopočítame podľa vzťahov č. 12.

$$k = e^{-\frac{b\pi}{\sqrt{1-b^2}}} \quad T_D = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1-b^2}} \quad (12)$$

Na obr. č. 7 je znázornený vstupný signál vytvarovaný pomocou ZV tvarovača.

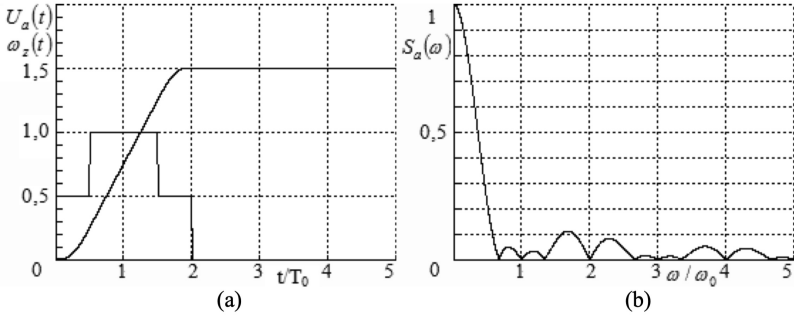


Obrázok 7: Konvolvaný signál ZV tvarovača.

Na základe týchto vzťahov je zrejmé, že prvý impulz je možné aplikovať okamžite (čo je väčšinou žiadané, pre čo najkratšie oneskorenie), avšak druhý impulz je posunutý v čase o polovicu vlastnej frekvencie systému

Účinnosť ZV tvarovača je možné opäť pozorovať na prechodovom deji, ktorý je znázornený na obr. č. 8a, spolu s upraveným vstupným signálom

(pôvodný je znázornený na obr. č. 1a). Na obr. č. 8b je možné pozorovať spektrum riadiaceho impulzu s nenulovou hodnotou amplitúdy spektra $S_a(\omega)$ na frekvencii $\omega = \omega_0$.



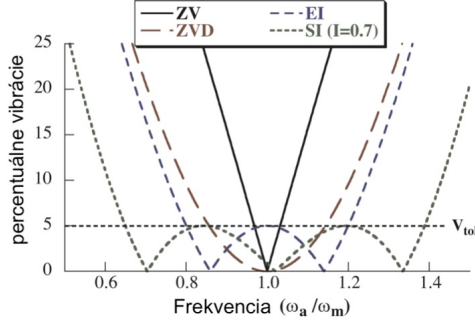
Obrázok 8: Prechodný dej a spektrum riadiaceho signálu pre tvarovač s dvoma impulzmi

Reálne však nemožno modelovať úplne presne, a preto je odolnosť voči chybám modelovania jedným z ďalších dôležitých faktorov. Ak by nastali malé zmeny v systéme, či už z dôvodu nepresnej identifikácie, alebo v prípade zmeny dĺžky lana, či hmotnosti bremena, prípadne inej vlastnosti, ktorá zásadne môže ovplyvniť parametre systému (najmä frekvenciu), nastavené parametre tohto tvarovača už nebudú schopné odstraňovať kmity systému a pri týchto zmenách sa úmerne budú zväčšovať aj reziduálne kmity. Preto je v prípade takéhoto problému potrebné zaviesť ďalšiu podmienku, ktorá súvisí s robustnosťou. Zatiaľ čo tvarovač ZV bude teoreticky poskytovať nulové vibrácie pri frekvencii modelovania, je citlivý na chyby modelovania [2]. Táto citlivosť znemožňuje praktické použitie ZV tvarovača na mnohých reálnych systémoch, kde môže byť z rôznych dôvodov získanie a použitie základného parametra korekčného člena problémové.

2.3.5 Obmedzenia robustnosti

Robustnosť vstupných tvarovačov možno graficky reprezentovať pomocou kriviek citlivosti. Tie sú zobrazené na obr. č. 9 pre už spomenutý ZV tvarovač a pre rôzne robustné typy, ktoré budú spomenuté v ďalšej časti. Tieto krivky zobrazujú percentuálny podiel zvyškových vibrácií voči normalizovanej frekvencii vibrácií, ω_a a ω_m , kde ω_a je skutočná vlastná

frekvencia systému a ω_m je identifikovaná frekvencia.



Obrázok 9: Krivky citlivosti pre bežné tvarovače

Jednou z kľúčových mier robustnosti odvodených z krivky citlivosti je necitlivosť [25, 29]. Necitlivosť je šírka krivky citlivosti na tolerovanej percentuálnej úrovni (V_{TOL}), vzhľadom na sledovaný parameter. Vo všeobecnosti platí, že čím je tvarovač robustnejší, tým viac má schopnosť eliminovať vibrácie.

Derivačné metódy

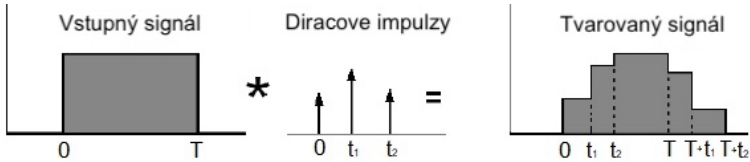
Singer a Seering boli prví, ktorí vyvinuli techniku tvarovania vstupov, ktorá má rozšírenú oblasť v okolí vlastnej frekvencie systému a je dostatočne robustná na to, aby ju bolo možné použiť vo väčšine prípadov. Aby znížili citlivosť vstupného tvarovača na chyby vlastnej frekvencie, musí tvarovač spĺňať ďalšie obmedzenie, ktoré spočíva v nastavení derivácie rovnice vibrácií (13) vzhľadom na vlastnú frekvenciu na nulu pri frekvencii modelovania a tak môžeme nazvať tento tvarovač ZVD. Obmedzenie nulovej derivácie umiestni ďalšie nuly na flexibilné póly, sploštuje krivku citlivosti pri modelovanej frekvencii a zvyšuje necitlivosť.

$$\left| \frac{d}{d\omega} \sum_{i=1}^N A_i e^{-j\omega T_{Di}} \right|_{\omega=\omega_v} = 0 = \frac{d}{d\omega} V(\omega, \xi) \quad (13)$$

Pre výpočet jednotlivých impulzov musíme vypočítať veľkosť skokov a čas medzi samotnými skokmi podľa rovníc uvedených v maticovom zápise č. 14.

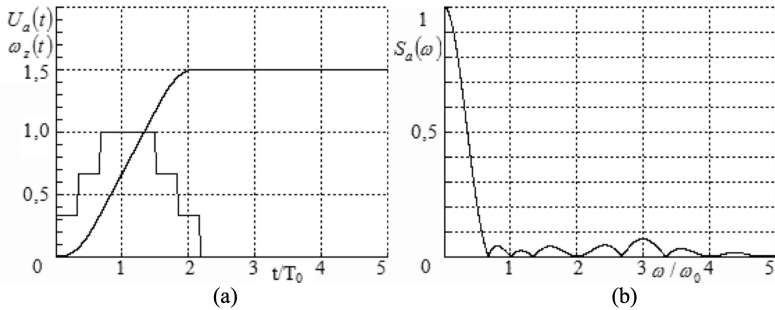
$$ZVD = \begin{bmatrix} A_j \\ t_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+k)^2} & \frac{2k}{(1+k)^2} & \frac{k^2}{(1+k)^2} \\ 0 & \frac{1}{2}T_D & T_D \end{bmatrix} \quad (14)$$

Vstupný signál vytvarovaný pomocou ZVD tvarovača je znázornený na obr. č. 10. Môžeme vidieť že tento tvarovač má o jeden impulz viac než o jeden impulz a časový nábeh je rovný jednej perióde frekvencie vibrácií.



Obrázok 10: Konvolvovaný signál ZVD tvarovača.

Je zjavné, že tento tvarovač vychádza zo ZV a za zvýšenie robustnosti sme zaplatili zvýšením času prechodu systému, čo je možné pozorovať na odozve prechodového deja na obr. č. 11a. Znamená to, že tvarovanie vstupu má zásadný kompromis medzi robustnosťou a trvaním tvarovača, čo úzko súvisí s časom nábehu systému. Na spektre riadiaceho impulzu (obr. č. 11b), je možné pozorovať postupné znižovanie strmosti priebehu spektra v okolí vlastnej uhlovej frekvencie ω_0 .

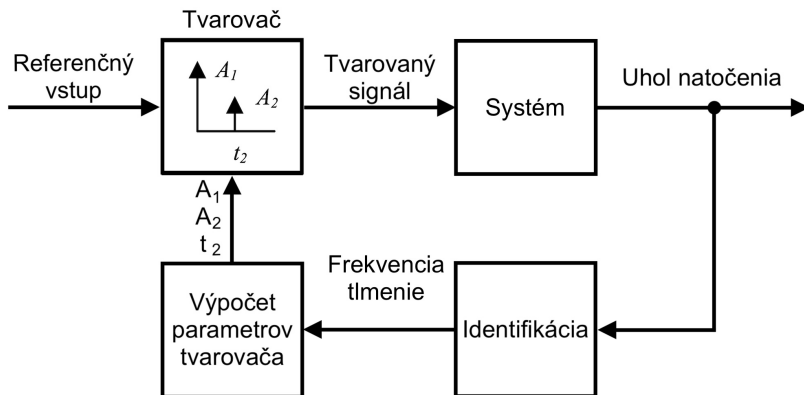


Obrázok 11: Prechodný dej a spektrum riadiaceho signálu pre tvarovač s tromi impulzmi

Vstupný tvarovač s ešte väčšou necitlivosťou ako ZVD tvarovač je možné získať nastavením druhej derivácie rovnice nule. Tento tvarovač sa nazýva ZVDD tvarovač. Algoritmus by sme takto mohli modifikovať na neurčito opakovanou deriváciou rovnice percenta vibrácií (ZVDDD, atď.). Pre každú deriváciu sa do tvarovača pridá ďalší impulz a tvarovač sa predĺži o polovicu periódy frekvencie.

2.4 Adaptívne metódy

Základné aj robustné tvarovanie predpokladá nemenné charakteristiky no pri nadmerne sa meniacich parametroch je vhodné adaptívne tvarovanie, ktoré priebežne prispôbuje amplitúdy a časovanie impulzov a tým kompenzuje nelinearity v celom pracovnom priestore. Uplatňuje sa napríklad pri manipulátoroch s premenlivou záťažou [30] alebo pri satelitných anténach ovplyvnených rotáciou a tepelnými deformáciami [7]. V našom prípade mení vlastnú frekvenciu dĺžka lana kolotoča alebo výsuvný mechanizmus mobilného podvozku, napríklad Zippermast, keďže predĺženie flexibilného člena frekvenciu znižuje. Adaptívne tvarovanie môže priniesť rýchlejší nábeh, pretože nerobustný tvarovač má kratšie trvanie a implementácia často nevyžaduje presný model no je výpočtovo náročnejšia a citlivá na kvalitu meraní aj počiatočné podmienky čo môže viesť k suboptimálnej konvergencii [31, 32, 33]. Adaptívne metódy sa delia na priame a nepriame. Pri nepriamych sa najprv odhadnú parametre systému a až potom sa aktualizuje zákon riadenia. Keď zmena vlastnej frekvencie presiahne zvyčajnú necitlivosť tvarovačov vyššieho rádu približne 10 až 15% je potrebná adaptácia ktorá priebežne ladí amplitúdy a časové polohy impulzov podľa aktuálnej frekvencie a tlmenia [34]. V našom prípade sa počiatočná identifikácia vykoná počas rozbehu z meraní IMU kamery alebo tenzometra potom sa pred výraznejším brzdením upraví tvarovač zmeny v čase sa zodpovedne prejavajú aj vo frekvenčnej oblasti a následne sa realizuje konvolúcia s aktualizovaným impulzom. Bloková schéma prístupu je na obr. č. 12. Celkovo ide o pomalšiu spätnú väzbu, ktorá do tvarovača vracia odhad vlastnej frekvencie a priebežne ho predstavuje.



Obrázok 12: Bloková schéma nepriamej adaptívnej metódy s tvarovaním.

Na druhej strane priama adaptívna metóda neodhaduje samotný model systému, ale priamo prispôsobuje koeficienty riadiaceho zákona. Je to výhodnejšie, pretože sa tým obchádza citlivosť na šum a chyby pri identifikácii systému [35, 36].

2.5 Spätnoväzbové mechanizmy

Pre elimináciu kmitov sa v systémoch s nežiadúcou pružnosťou taktiež používajú rôzne druhy regulátorov. Medzi najčastejšie využívané patria lineárne spätnoväzbové, ktoré sú obľúbené pre svoju jednoduchosť a univerzálnosť, ale aj typu LQR [37, 38], či najpokročilejšie SMC [39, 40, 41, 42]. Prvé metódy používané na tlmenie kmitov predstavovali PID regulátory, pri ktorých vhodné nastavenie ziskov zabránilo vzniku alebo postupne utlmovalo nežiaduce výkyvy bremena [43], pričom tento tlmiaci účinok má aj derivačná väzba [5]. Neskôr sa priamo do doprednej vetvy uzavretej regulačnej slučky vkladal tvarovací filter, ktorý má za úlohu eliminovať kmity, zatiaľ čo samotný regulátor zabezpečuje riadenie bez tlmenia, pričom rovnaký princíp je využitý aj v tejto práci. [6, 10, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50].

2.6 Heuristické metódy

Ďalšou možnosťou tlmenia kmitov (dnes veľmi populárnou, aj vďaka rýchlemu rozvoju výpočtovej techniky) je využívanie heuristických metód. Tie sú založené na skúsenostiach, intuícii alebo experimentálnom pozorovaní

a uplatňujú sa pri riešení problémov, kde je presný výpočet príliš zložitý, náročný či nemožný. Predstavujú praktický prístup k rýchlemu hľadaniu riešení, aj keď nie vždy optimálnych. Prvé metódy tohto typu boli založené na fuzzy logike [51, 52, 53, 54], neskôr sa používali neurónové siete [55, 56, 57, 58], či rojová optimalizácia [59, 60, 61, 62].

2.6.1 Genetický algoritmus

Ďalšou možnosťou návrhu parametrov tvarovača je použitie genetického algoritmu (GA), ktorý poskytuje riešenia, pokrývajúce všetky typy vstupných tvarovačov spomínaných analytickou metódou po vhodnom zvolení účelovej funkcie. Jedná sa o evolučnú výpočtovú metódu inšpirovanú prirodzeným výberom, ktorá sa používa na hľadanie približných riešení širokej škály optimalizačných a vyhľadávacích problémov. Podmienky návrhu tohto algoritmu v prípade potreby tlmenia kmitov môžu spočívať v tom, že súčet amplitúd impulzov musí byť rovný jednej (aby sa zachovala veľkosť kroku), spektrálna amplitúda riadiaceho signálu na vlastnej frekvencii systému by mala byť nulová (pre zamedzenie vzniku kmitov) a v prípade požiadavky na necitlivosť voči zmene parametrov je možné navyše zabezpečiť nulovanie derivácie spektrálnej amplitúdy. Jediniec vyjadrený ako chromozóm môže v našom prípade reprezentovať hodnoty amplitúd a časových posunov impulzov. Fitness funkcia vyjadruje mieru splnenia podmienok návrhu a penalizuje odchýlky od rovnovážnej polohy (amplitúda kmitov). Do hodnotiacej funkcie sa môžu doplniť aj ďalšie kritériá, napríklad preferencia kratšieho časového oneskorenia alebo uprednostnenie takej štruktúry impulzov, kde sa väčšie amplitúdy nachádzajú na začiatku a smerom k neskorším časom sa postupne zmenšujú [63]. Každému z týchto kritérií je možné priradiť vlastný váhový koeficient, čím sa dá určiť, ktoré hľadisko má mať pri optimalizácii väčší alebo menší význam. Taktiež je možné brať do úvahy vhodné nastavenie penalizačného koeficientu resp. pokuty a rôzne obmedzujúce podmienky. Iné kritériá zohľadňujú veľkosť prekmitu, čas dosiahnutia blízkosti cieľa od začiatku pohybu alebo doznenia kmitov [64]. GA je možné taktiež použiť na získanie optimálnych parametrov regulátora [65], pričom existujú aj také riešenia, ktoré využívajú Lapunovovu stabilitu [66]. Po navrhnutí optimálneho tvarovača s určeným počtom impulzov je ho možné využiť v reálnom čase a jeho parametre je možné ďalej prispôbovať, napríklad menením dĺžky impulzov, čím sa posúva filtrovaná frekvencia smerom nadol alebo nahor.

3 Formulácia problému a popis riešenia

Pružnosť je faktor, ktorý podstatne ovplyvňuje správanie systému. Predstavuje schopnosť určitej časti systému reagovať na zmeny alebo výkyvy. Jej prítomnosť sa prejaví najmä, ak hranica pásma priepustnosti leží nad vlastnou frekvenciou systému. Predmetom analýzy sú rôzne systémy, ktoré často predstavujú rotačné platformy a sú široko používané v rôznych priemyselných aplikáciách, kde je dôležité presné riadenie polohy a pohybu. Typickým príkladom takýchto systémov sú žeriavy, pri ktorých je potrebné presné polohovanie bremena. Tieto zariadenia sa pohybujú v dvoch stupňoch voľnosti. Portálové žeriavy majú na pohyb v každom smere samostatný motor, zatiaľ čo vežové žeriavy alebo retiazkové kolotoče majú menší počet motorov, čo obmedzuje ich možnosti riadenia. Podobná problematika sa v súčasnosti vyskytuje aj v oblasti robotiky a v rôznych špecifických aplikáciách ako sú výrobné linky, kde sa nádoby s tekutinou pohybujú po oblúkovej trajektórii, napríklad pri plnení jogurtov [17]. Súčasná doba stále prináša nové typy rotačných systémov, kde vibrácie môžu byť problematické. Jedným z nich je mobilná platforma s pružným koncovým členom, ktorého kmity je potrebné eliminovať. V prípade takéhoto zariadenia je problematika eliminácie kmitov pri priamočiariom pohybe jednoduchá. V prípade potreby zmeny smeru, je však možné ovládať len tangenciálnu rýchlosť a vplývať tak na kmity v smere pohybu, pričom bočné kmity nie je možné priamo ovplyvniť. Takéto rotačné systémy často obsahujú aspoň jeden pružný člen, ktorý môže viesť k nežiaducim kmitom v dôsledku pôsobenia rôznych síl, predovšetkým inerčných a odstredivých. Tieto sily pôsobia v rôznych smeroch, pričom pôsobenie v jednej osi môže ovplyvniť správanie systému v inej osi, čo vytvára nelineárny charakter systému. Vzhľadom na počet stupňov voľnosti sa môže situácia skomplikovať aj v prípade, že je pre účel riadenia k dispozícii len jeden akčný člen. Nepatrne tlmená dynamika systémov s neminimálno-fázovou odozvou je okrem výrazných nelinearití zvyčajne charakterizovaná oneskorením a neholonomickými obmedzeniami. Tento prípad je zaujímavý, pretože dve rôzne zrýchlenia riadené jedným motorom ovplyvňujú vychýlenie záťaže vzhľadom na stabilnú polohu. Jedno zrýchlenie je tangenciálne zrýchlenie úmerné uhlovému zrýchleniu, ktoré priamo ovplyvňujeme riadením krútiaceho momentu motora

poháňajúceho mechanizmus.

$$a_{\text{tang}} = r \cdot \epsilon = r \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (15)$$

Druhé zrýchlenie je odstredivé zrýchlenie, ktoré je úmerné druhej mocnine uhlovej rýchlosti záťaže.

$$a_{\text{rad}} = r \cdot \omega^2 \quad (16)$$

Výsledná amplitúda zrýchlenia pôsobiaca v závese je

$$\sqrt{ax^2 + ay^2} = \sqrt{a_{\text{rad}}^2 + a_{\text{tang}}^2} \quad (17)$$

A toto zrýchlenie sa otáča s pohybom ramena. Kombináciou týchto dvoch zrýchlení vzniká nelineárny efekt, v ktorého dôsledku sa skresľuje spektrum vstupného signálu a problematika jeho tvarovania je v tomto prípade zložitejšia.

3.1 Návrh metódy

V teoretickej časti práce bolo predstavených viacero prístupov k riešeniu problému tlmenia kmitov, ktoré sa ukázali ako perspektívne, avšak pre potreby tejto práce neboli implementované. Hlavným dôvodom mnohých je vysoká zložitosť a nároky na implementáciu, keďže vyžadujú detailný model systému a často aj rozsiahle experimentálne dáta na natrénovanie alebo ladenie. V mnohých prípadoch sú tieto metódy aj výpočtovo náročné. Z porovnania dostupných možností analýzy problematiky vyplynulo, že najvhodnejšie riešenie môžu poskytovať tvarovače s nelinearitou, ktorá kompenzuje kombináciu účinkov odstredivých síl a zrýchlení, pričom ich použitie predstavuje vhodný kompromis medzi účinnosťou, jednoduchosťou a praktickou aplikovateľnosťou. Vo väčšine prípadov je pevný tvarovač navrhnutý na základe linearizovanej verzie okolo pracovného bodu nelineárneho systému, čo spôsobuje lineárne správanie (keď sú uhly výkyvu užitočného zataženia relatívne malé). Elimináciou zodpovedajúcej zložky spektra v signáli uhlového zrýchlenia súčasne vyriešime elimináciu tejto časti spektra aj v signáli uhlovej rýchlosti (keďže nuly v spektre rýchlosti sú rovnaké ako nuly v zrýchlení spektrum, ale delené samotnou rýchlosťou). Typicky je tvarovač navrhnutý na tvarovanie spektra zrýchlenia. Pri aplikácii štruktúry podľa obrázku č. 13, keď vylúčime príslušné zložky

spektra riadiaceho signálu uhlového zrýchlenia (rýchlosti), môžeme úspešne potlačiť kmity v tangenciálnom smere.



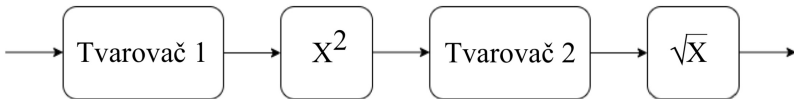
Obrázok 13: Štruktúra lineárneho tvarovača.

Na základe vzťahov odvodených v predchádzajúcej časti (15 - 17) je zrejmé, že je potrebné tvarovať aj spektrum druhej mocniny uhlovej rýchlosti, ktorá je úmerná odstredivému zrýchleniu. Pri veľkých hodnotách uhlovej rýchlosti môže pôsobením odstredivých síl vzniknúť kmitanie aj v radiálnom smere, čo spôsobuje nelineárny efekt. V dôsledku toho je spektrum vstupného signálu skreslené a problém tvarovania je v tomto prípade zložitejší. Ak aplikujeme schému podľa obrázku č. 14, je možné potlačiť kmity v radiálnom smere a naopak, objavia sa kmity v tangenciálnom smere.



Obrázok 14: Štruktúra nelineárneho tvarovača.

Jedným z možných riešení ako efektívne eliminovať kmity v oboch osiach a odstrániť druhú zložku kmitania je pripojenie sériového tvarovača rozšíreného o nelinearitu (obrázok č. 15).



Obrázok 15: Štruktúra kombinovaného tvarovača.

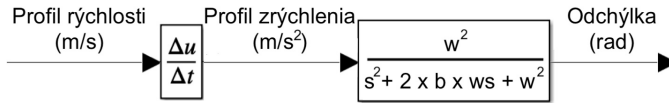
Tento kombinovaný filter udáva druhú mocninu vo vetve pre odstredivé zrýchlenie, čím sa daný člen linearizuje, ale pre správne tvarovanie spektra musí byť odmocnina uvedená za tvarovačom. [5, s. 73–77] Prezentované riešenie je možné v prípade potreby doplniť o adaptívne mechanizmy a ďalej vylepšiť prostredníctvom optimalizácie parametrov využitím evolučných prístupov, ako je genetický algoritmus a pod.

4 Verifikácia metódy

Táto kapitola sa zameriava na verifikáciu navrhovanej metódy použitím základného ZV a robustného ZVD tvarovača simuláciou a testovaním na reálnych mechatronických systémoch s pružnými prvkami pre rôzne rýchlosti alebo pri variácii hmotnosti bremena. Overenie výsledkov bolo realizované pri priamočiarom pohybe a pri pohybe po oblúku, kde je potrebné potláčanie kmitov v rôznych osiach prostredníctvom jedného akčného člena.

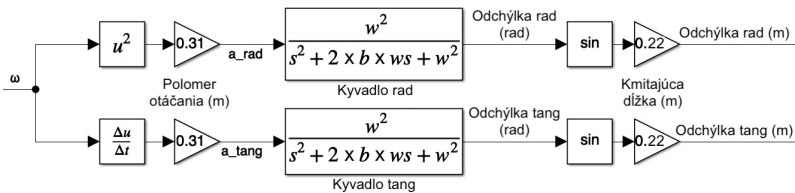
4.1 Verifikácia simuláciou

Simulačné overenie účinnosti navrhutej metódy bolo vykonané pomocou simulačnej platformy softvéru MATLAB/Simulink. Vytvorené modely sú založené na kombinácii kinematiky translácie a rotácie a dynamike oscilačného systému s tlmením, čím je možné zachytiť dynamickú odozvu na vstupné signály. Na obrázku č. 16 je znázornená základná bloková schéma, ktorá reprezentuje priamočiary pohyb, pričom vstupom je profil rýchlosti, ktorý môže byť netvarovaný alebo tvarovaný. Výstupom oscilačného systému, ktorý je definovaný prenosom 1 je výchylka voči referenčnej pozícii.



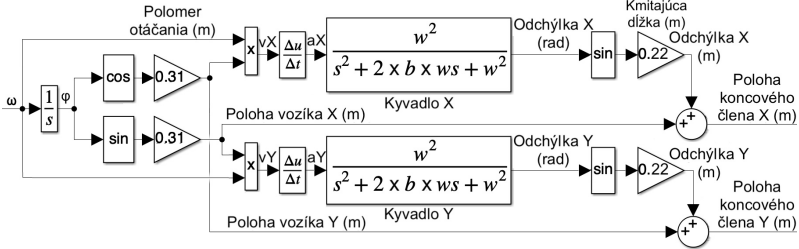
Obrázok 16: Bloková schéma oscilačného modelu pri priamočiarom pohybe.

Blokový diagram na obrázku č. 17 predstavuje intuitívny princíp rotačného modelu z hľadiska rozdelenia na tangenciálne a radiálne zložky v polárnej rovine. Polomer otáčania bol stanovený na 0.31 m spoločne s pružným prvkom s dĺžkou 0.22 m na základe reálneho modelu kolotoča, ktorý je popísaný v ďalšej časti.



Obrázok 17: Bloková schéma rotačného modelu v polárnych súradniciach.

Nasledujúca bloková schéma na obrázku č. 18 znázorňuje výsledný model rotačného systému v karteziánskej rovine s polomerom otáčania 0.31 m, ktorý obsahuje pružný prvok s dĺžkou 0.22 m.



Obrázok 18: Bloková schéma rotačného modelu v karteziánskych súradniciach.

4.1.1 Výsledky simulačných experimentov

V tejto časti sú prezentované výsledky numerických simulácií za účelom overenia navrhovaných metód. Prvý simulačný experiment slúži pre verifikáciu účinnosti základného ZV a robustného ZVD tvarovača počas priamočiareho pohybu oscilačného systému pre prípad $\omega_0 = 2\pi$ rad/s a $b = 0, 1$.

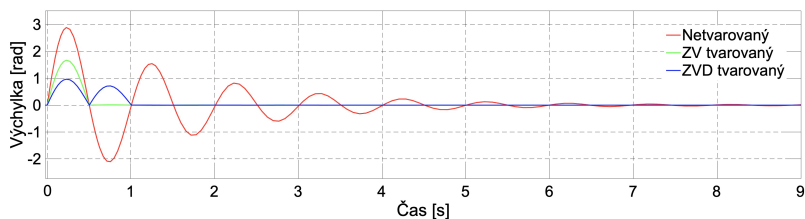
ZV tvarovač je definovaný maticou impulzov na základe formy č. 11:

$$ZV = \begin{bmatrix} A_j \\ t_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+k} & \frac{k}{1+k} \\ 0 & \frac{1}{2}T_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5783 & 0.4217 \\ 0 & 0.5025 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Podobne pre tvarovač s tromi impulzmi platí na základe zápisu č. 14:

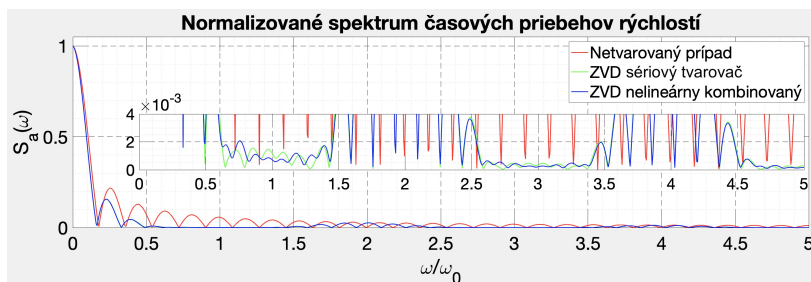
$$ZVD = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+k)^2} & \frac{2k}{(1+k)^2} & \frac{k^2}{(1+k)^2} \\ 0 & \frac{1}{2}T_D & T_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3344 & 0.4877 & 0.1778 \\ 0 & 0.5025 & 1.0050 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Z priebehov na obrázku č. 19 je jasne zrejmé viditeľné potláčanie kmitov pre oba tvarovače oproti netvarovanému prípadu.



Obrázok 19: Simulované výstupné priebehy vibrácií pre základný priamočiary pohyb.

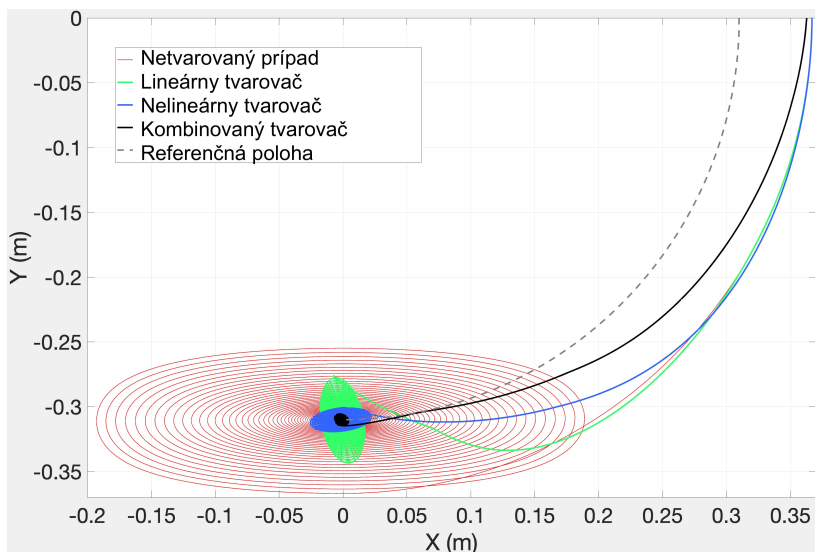
Na obr. č. 20 sú zobrazené amplitúdové spektrá časových priebehov rýchlosti pre netvarovaný prípad, ZVD sériový tvarovač a ZVD sériový s nelinearitou.



Obrázok 20: Amplitúdové spektrá príslušných signálov.

Amplitúdy spektra sú na vlastnej frekvencii systému v tvarovaných prípadoch násobne nižšie oproti netvarovanému prípadu. Je možné taktiež pozorovať nižšiu hodnotu nelineárneho riešenia oproti obyčajnej sériovej kombinácii.

Obrázok č. 21 zobrazuje výsledné simulované trajektórie a amplitúdy kmitov pri rotačnom pohybe v kartézskom systéme pre netvarovaný (červený) prípad, lineárny (zelený), nelineárny (modrý) a kombinovaný (čierny) ZVD tvarovač spolu s polohou pohyblivého člena, na ktorom je umiestnený flexibilný prvok ak je uvažovaná vlastná frekvencia $\omega_0 = 2\pi$ rad/s s tlmením $b = 0,1$ v oboch osiach.



Obrázok 21: Simulované trajektórie pri rotačnom prípade.

Z výsledných priebehov simulácie je zrejmé, že radiálna zložka pretrváva v prípade použitia lineárneho tvarovača a tangenciálna zložka v prípade nelineárneho. V prípade lineárneho tvarovača je desaťnásobná eliminácia v tangenciálnom smere a dvojnásobná v radiálnom smere. V prípade nelineárneho tvarovača je priama zložka rovnako eliminovaná, v radiálnom smere dochádza k šestnásobnej eliminácii. V prípade kombinovaného tvarovača je tangenciálna zložka eliminovaná tridsaťkrát a radiálna zložka dvanásťkrát v porovnaní s netvarovaným prípadom.

4.2 Verifikácia na reálnom modeli

V tejto kapitole sú predstavené výsledky verifikácie navrhovanej metódy na reálnych modeloch.

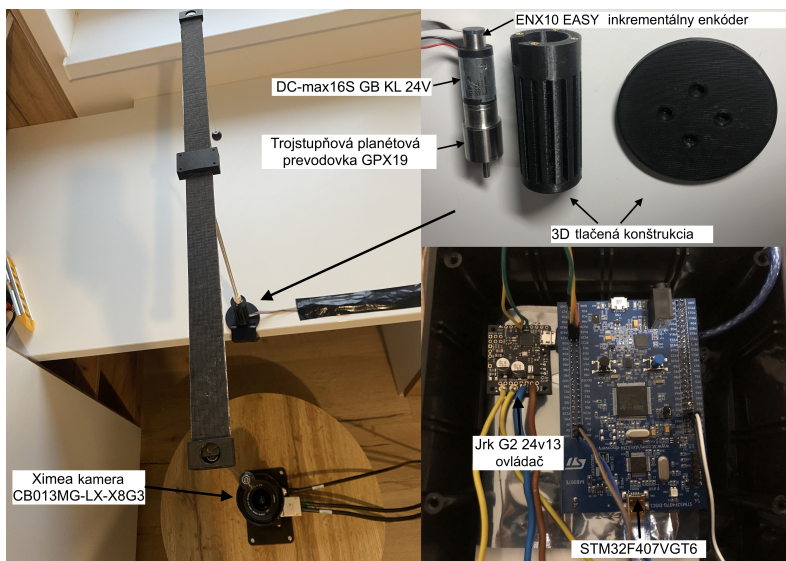
4.2.1 Rotačný karuselový systém

Predmetom analýzy v tejto časti je rotačný karuselový systém, ktorý je z hľadiska konštrukcie podobný otočnému žeraviu a pozostáva z pevnej konštrukcie a ramien, ktoré sa otáčajú okolo osi vertikálnej konštrukcie. Obe ramená majú oscilujúce lanom zavesené zataženia. Podobným mechanizmom je aj rotačné kyvadlo, ktoré má s opísaným

systémom niekoľko základných podobností. Refazový karusel sa otáča predpísanou uhlovou rýchlosťou okolo zvislej osi, zatiaľ čo bremená sa pohybujú v niekoľkých stupňoch voľnosti, ktoré sú spojené. Z dôvodu pripevnenia kyvadla k otočnému rámu ako karusel, sa počas brzdenia súradnicový systém kyvadla nezhoduje so súradnicovým systémom ramena v dôsledku torzných, ale aj Coriolisových a iných síl. Uvažujeme tiež torzne voľne sa otáčajúci záves, ktorého torzná sila je pre zaťaženie nedostatočná. Okrem linearizácie kyvadla zohľadňujeme aj linearizáciu systému tým, že zabezpečíme, aby sa karusel počas brzdenia príliš neotočil o uhol, ktorého veľkosť priamo závisí od oneskorenia tvarovača. Tento model bol vytvorený pre účel verifikácie navrhutej metódy z dôvodu podobnosti v problematike pôsobenia rôznych síl v rôznych osiach počas pohybu po oblúku podobne ako v prípade pohybu mobilného podvozku, pričom jeho výhodou je jednoduchšia konštrukcia a dynamika. Rozmery reálneho modelu kolotoča sú rovnaké ako rozmery uvažované v simulácii pre rotačný prípad.

Hardvérová konfigurácia

Zostava karuselového modelu je znázorneného na obrázku č. 22.



Obrázok 22: Experimentálny karuselový systém.

Srdcom riadiaceho systému je mikrokontrolér *STM32F407VGT6*. Ako zdroj mechanického pohybu výstupného hriadeľa bol použitý jednosmerný motor *DC-max16S GB KL 24V* od spoločnosti *Maxon* so vstavanou prevodovkou *GPX19 A* s prevodom 186 : 1 a enkodérom s rozlíšením 1024 impulzov na otáčku. Celý systém je riadený a napájaný cez Regulátor *Jrk G2 24v13*. Na hriadeľ motora je pripojená závitová tyč s priemerom 6 mm, ktorá slúži ako zvislý segment a tvorí stredovú oporu celej konštrukcie karuselu. Horná časť kolotoča je vyrobená z laminovaného prúžku z uhlíkových vlákien pripevneného k vertikálnej tyči pre čo najmenšiu pružnosť v horizontálnej rovine. Tento pás je upevňovacím bodom pre kyvadlá, ktoré sú spojené lanom s ložiskami na oboch koncoch závesu, ktoré pomáhajú tlmiť účinok torznej sily. Všetky držiaky, spojky a záťaže sú vytlačené pomocou 3D tlačiarne.

Identifikácia

Na identifikáciu frekvencie a tlmenia možno použiť MEMS akcelerometer alebo gyroskop, no pri nízkych frekvenciách, najmä v dobehu, je rozlíšenie nedostatočné. Snímače však poslúžia pri analýze prechodov bez potláčania kmitov. Pri akcelerometroch v radiálnom smere treba od signálu oddeliť gravitačnú zložku, čo možno spraviť dvojsovým snímačom a následnou korekciou. Pri viacosovom gyroskope vzniká po integrácii drift uhla, no pre striedavý priebeh je zvládnuteľný. Vychýlenie možno merať aj vizuálne. Identifikácia prebieha v diskrétnom čase, preto sa nová frekvencia uplatní až v ďalšom kroku tvarovania. Ak sa frekvencia zmení bez merateľných kmitov, nasledujúci príkaz cez zle nastavený tvarovač vybudí kmity, tie sa hneď odhadnú a parametre sa upraví, no pozitívny vplyv sa prejaví až pri ďalšom zásahu. [5, s. 11, 14, 20, 64]

Okrem použitia MEMS snímačov je možné v niektorých prípadoch použiť sklonomer alebo získavať výstup systému pomocou detekcie z obrazu kamery, čo však tiež nie je triviálny spôsob, keďže je potrebné zabezpečiť vhodné svetelné podmienky, zvoliť vhodný typ a umiestnenie sledovanej značky a zároveň eliminovať rušivé vplyvy, ako sú odrazy alebo tieň. Výhodou takéhoto spôsobu identifikácie je bezkontaktné meranie, ktoré neovplyvňuje vibračné vlastnosti systému. Ďalšou výhodou, je nízka cena, keďže vo väčšine prípadov postačujú komerčne dostupné kamery [67, 68, 69, 70, 71]. Používanie markerov, optických a reflexných terčov alebo iných značiek zlepšuje kontrast a uľahčuje presnú detekciu

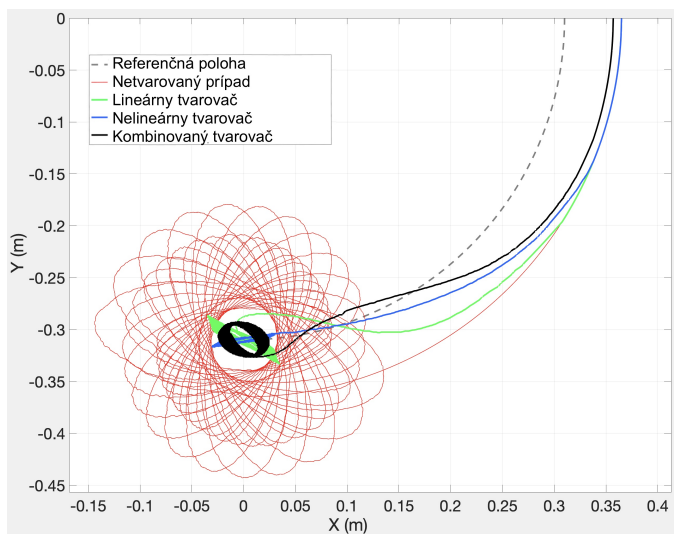
pohybu sledovaného bodu [67, 70, 72, 73]. Pre rýchlejšie spracovanie a zvýšenie presnosti sa používa oblasť záujmu (ROI), ktorá obmedzí analýzu len na relevantnú časť obrazu. Tým sa znižuje vplyv šumu z okolia a zároveň sa skracuje čas výpočtu [68, 69, 70, 72, 73, 74, 75]. V prípade potreby je taktiež možné použiť prahovanie obrazu na viacerých úrovniach jasú pre zvýraznenie hraníc objektu, kde sa prejavujú subpixelové posuny [68, 69, 72, 73]. Pokročilejšie metódy spracovania obrazu umožňujú napríklad získať z videa zvuk [76] alebo merať vibrácie aj v prostredí so slabým osvetlením [67], či pri vibráciách kamery spôsobených vonkajšími vplyvmi, čím sa zachová schopnosť rozlišovať skutočný pohyb objektov od falošného pohybu pozadia [75, 77]. Ak je známy časový priebeh vibrácií, frekvenciu je možné získať buď prostredníctvom spektrálnej analýzy založenej na rýchlej Fourierovej transformácii (FFT) [68, 69, 72, 73, 77] alebo priamym určením periódy z časového intervalu medzi dvomi po sebe nasledujúcimi extrémami (maximami či minimami) [70]. V spodnej časti zariadenia je umiestnená kamera *CB013MG-LX-X8G3* s vysokou snímkovou frekvenciou od spoločnosti *Ximea*, ktorá sníma pohyb kyvadla zospodu.

Aplikácia na sledovanie pohybu objektov z videa je založená na detekcii kontrastu a tvaru. Jej hlavnou úlohou je spracovávať video, detegovať tmavý kruhový objekt na svetlom pozadí a zaznamenávať jeho polohu v každej snímke. Aplikácia používa knižnicu *OpenCV* na spracovanie videa a *cvzone* na detekciu kontúr a určenie centroidu objektu.

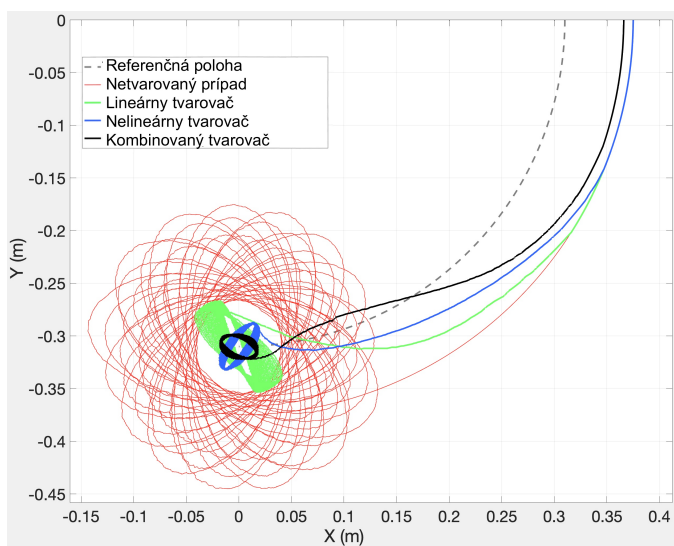
Výsledky reálnych experimentov

Medzi ďalšie kroky pri overovaní metód tvarovania patrí realizácia experimentov na zmenšenom karuselovom modeli znázornenom na obrázku č. 22. Počas realizácie experimentov sa žeriav začal otáčať a otáčal sa rovnakou rýchlosťou (26 otáčok za minútu), kým sa vibrácie generované zrýchlením nestabilizovali. Uskutočnili sa aj experimenty s rôznymi zmenami v testovacej paradigme (zmeny zaťaženia). Hmotnosť bremena dosahuje v prvom prípade 1,5 g, v druhom 5-násobok, teda 7,5 g, a v treťom 10-násobok pôvodnej hmotnosti, teda 15 g. Keďže sa článok zaoberá analýzou konečných impulzov, zaujíma nás hlavne moment, kedy dostane žeriav príkaz na zastavenie. Obrázok ukazuje trajektóriu zaťaženia v netvarovanom prípade (červená), v prípade lineárneho (zelená), nelineárneho (modrá)

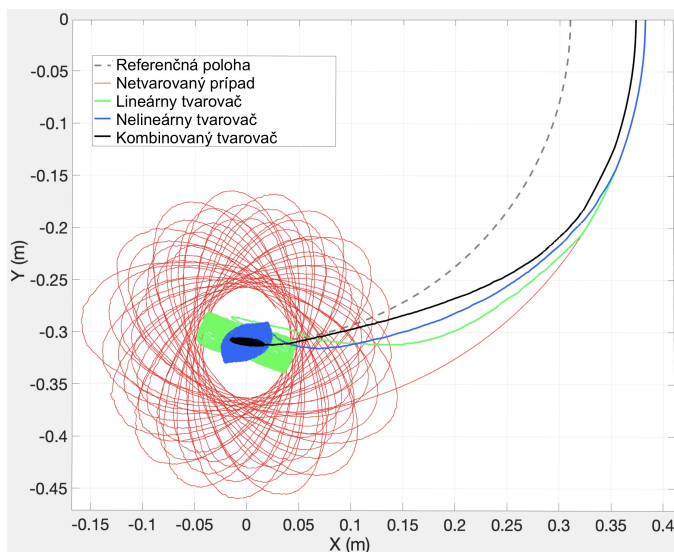
a kombinovaného (čierna) prípadu tvarovania. Každý výsledný pohyb záťaže je vyhladený pomocou *Savitzky-Golayovho* filtra [79].



Obrázok 23: Trajektórie počas experimentov s hmotnosťou bremena 1,5 g.



Obrázok 24: Trajektórie počas experimentov s hmotnosťou bremena 7,5 g.



Obrázok 25: Trajektórie počas experimentov s hmotnosťou bremena 15 g.

Výsledné priebehy z experimentov na reálnom modeli jasne potvrdili predpovedané správanie, ktoré sa ukázalo ako identické so simulovanými trajektóriami. Zreteľne je viditeľná aj kolmost komponentov v radiálnom aj tangenciálnom smere. V prípade použitia lineárneho tvarovača došlo k takmer šesťnásobnej eliminácii v tangenciálnom smere a trojnásobnej v radiálnom smere. Nelineárny tvarovač eliminuje tangenciálnu zložku trikrát a radiálnu zložku šesťkrát. V závislosti od hmotnosti nákladu aj viac. V prípade kombinovaného tvarovača je 6-násobná eliminácia v oboch smeroch, no v prípade väčšej hmotnosti je to viac. Vzhľadom na nie veľmi významné zmeny vo výsledkoch pri experimentoch s rôznymi hmotnosťami bremien sa potvrdila teória nehmotného závesu, čo je v podstate matematické kyvadlo, kde perióda kmitov nezávisí od hmotnosti bremena. V porovnaní so simuláciou je viditeľný ohyb roviny, v ktorej bremeno kmitá v dôsledku krútenia závesného lana. V prípade tvarovaných experimentov nie je tento torzný pohyb taký výrazný. Použitím ložísk sa nám podarilo do určitej miery eliminovať vplyv torznej sily.

4.2.2 Mobilný podvozok

Pri návrhu konštrukcie mobilného podvozku je nevyhnutné zohľadniť dynamické obmedzenia systému, čo vyžaduje optimálne nastavenie časovo závislých parametrov (najmä frekvencie kmitov pružne uloženej koncovej časti). Ak má pružná časť vysokú vlastnú frekvenciu, nie je možné v čase, ktorý v našom prípade určuje časová konštanta tvarovača, dosiahnuť požadovanú hodnotu a to najmä počas brzdenia. Tento parameter je najjednoduchšie možné ovplyvniť zmenou dĺžky pružného člena (čím väčšia dĺžka, tým väčšia perióda eliminovaných kmitov a spolu s tým, nižšie nároky na dynamiku modelu) alebo zväčšením hmotnosti koncového člena, či použitím ohybnejšieho pružného člena.

Hardvérová konfigurácia

Navrhnutý mobilný podvozok, zobrazený na obrázku č. 26, je postavený na výkonných komponentoch určených pre modely áut v mierke 1:7, pričom cieľom je dosiahnuť vysokú rýchlosť, stabilitu a presnosť riadenia.



Obrázok 26: Experimentálny mobilný podvozok.

Konštrukcia pozostáva z podvozku *Arrma Limitless*, pri ktorej bol ako hnací prvok použitý elektronicky komutovaný motor *Spektrum Firma 3660-3150KV*, ktorý je riadený elektronickým regulátorom (ESC) *Robitronic Razer 150A* a vývojovou doskou *ESP32* s webovým GUI. Pre snímanie

otáčok a pozície bol použitý rotačný inkrementálny enkodér *E38S6G5*. Jeho hriadeľ je priamo spojený s hriadeľom motora a poskytuje rozlíšenie 100 impulzov na otáčku. Na základe informácie z enkodéra a regulačnej slučky je možné rýchlostné riadenie podvozku. Riadenie predných kolies zabezpečuje servomotor *Spektrum S652 MG*. Napájanie zabezpečuje LiPol batéria *KAVAN*. Súčasťou zostavy je aj pružný prvok, ktorý predstavuje vertikálne pripevnená závitová tyč z ocele, s dĺžkou 0.9 m a priemerom 6 mm, na ktorom je umiestnený mobilný telefón *iPhone 11*, ktorý je schopný v režime *slow-mo* zaznamenávať 240 snímok za sekundu.

Kombináciou týchto komponentov, ktoré sú navzájom kompatibilné a iných aspektov ako je prostredie, vplyv podkladu (adhézia), zotrvačnosť atď. sa vytvorili podmienky pre verifikáciu navrhnutých algoritmov pre nasledujúce hranice pracovných bodov (rýchlosti podvozku, frekvencia kmitov a pod.). Spodná hranica optimálnej a stabilnej rýchlosti sa pohybuje od 5 km/h vzhľadom na akčný člen, ktorého pohyb je realizovaný točivým poľom, ktoré môže stratiť synchronizáciu s rotorom v prípade kriticky nízkych rýchlostí podvozku, ktoré sa pohybujú pri 3 km/h. Horná hranica rýchlosti podvozku je stanovená na 15 km/h, kde začína dochádzať k výrazným šmykom. Frekvencia kmitov pružného člena je 1.1 Hz s koeficientom tlmenia $b = 0.06$, vzhľadom na dĺžku závitovej tyče, uchytenia a hmotnosti optického snímača od základne podvozku, ktorý je možné manuálne meniť.

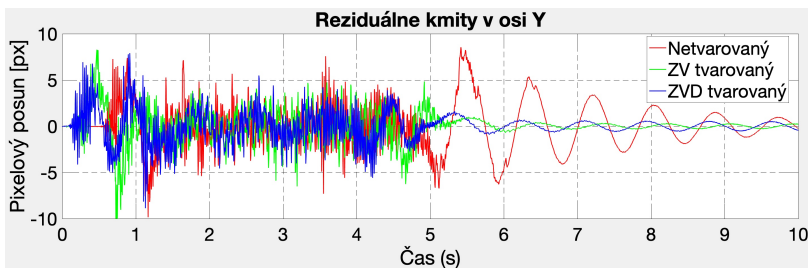
Identifikácia

MEMS snímače môžu byť použité na určenie frekvencie a tlmenia analogicky k predchádzajúcemu postupu, no treba zohľadniť aj ich známe nevýhody. Keďže systém disponuje vizuálnym modulom na skenovanie objektov, možno ho zároveň využiť na určenie frekvencie, ktorá je súčasťou stabilizačného procesu, čím odpadá potreba aplikácie akéhokoľvek dodatočného fyzického snímacieho prvku, ktorá by mohla taktiež ovplyvniť kmitavé vlastnosti pružného člena. Pre získanie základného parametra pre korekčný člen z kamery je možné využiť metódu sledovania významných bodov, ktorá je založená na tom, že z obrazu sa vyberú také body (rohy, hrany alebo textúrne oblasti), ktoré majú dostatočne odlišnú intenzitu vo viacerých smeroch, a teda sa dajú spoľahlivo rozlíšiť. Následne sa medzi po sebe idúcimi snímkami porovnáva zmena obrazovej intenzity v okolí týchto bodov. Predpokladá sa, že pohyb bodu v obraze je malý a lokálne konštantný, preto sa dá opísať optickým tokom - teda vektorom posunu bodu v čase.

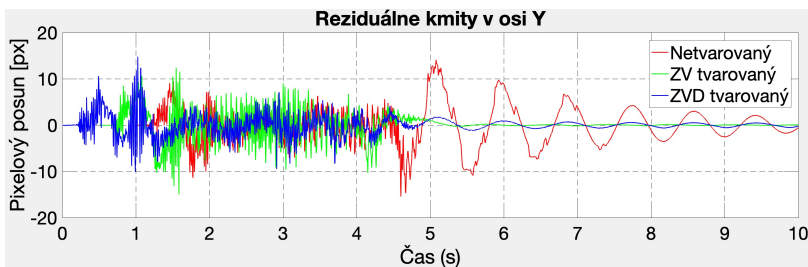
Tento posun sa vypočíta minimalizáciou chyby medzi jasovými hodnotami v okne okolo sledovaného bodu, čím sa umožní rekonštrukcia reálneho pohybu alebo kmitania sledovaného objektu [78]. Na praktické použitie systému analýzy pohybu pomocou optického toku je vhodnejšia metóda založená na báze Lucas–Kanade. Jedná sa o rozšírenú verziu pôvodnej metódy s podporou väčších pohybov so zvýšenou robustnosťou. Systém deteguje vrcholy periodického pohybu v oboch signáloch (minimálny rozdiel amplitúd a smerovo závislé prahovanie susedných vrcholov) s cieľom potláčať falošné detekcie a zvýrazniť len relevantné fázy kmitu. Pre robustnosť riešenia sa pre získanie frekvencie využíva aj Fourierova transformácia.

Výsledky reálnych experimentov

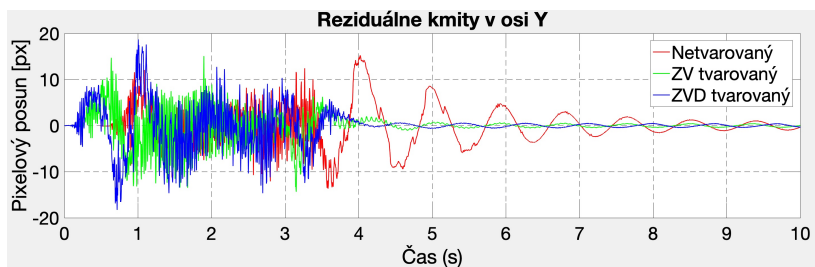
V rámci experimentov boli realizované tri rýchlostné režimy: 7 km/h, 10 km/h a 13 km/h. Priebehy kmitov pružného koncového člena mobilného podvozku, ktorý sa pohybuje po priamočiarej trajektórii pre uvedené rýchlostné režimy sú uvedené na obr. č. 27, obr. č. 28 a obr. č. 29.



Obrázok 27: Výsledné priebehy kmitov pri 7 km/h.



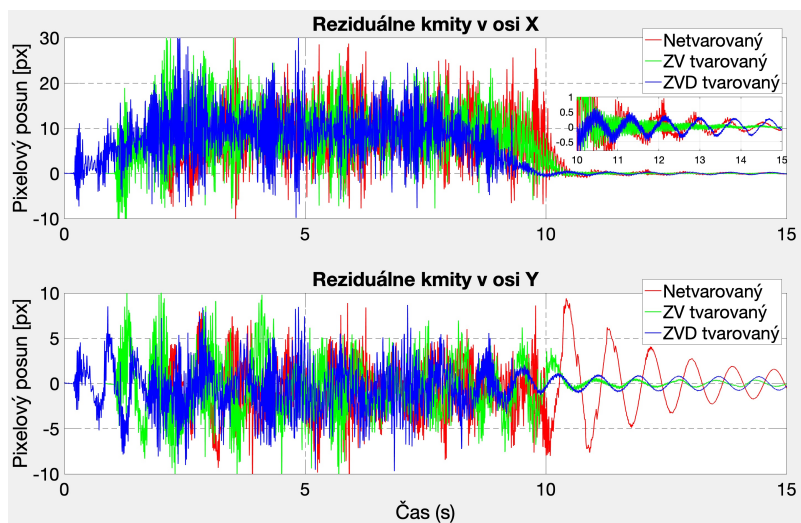
Obrázok 28: Výsledné priebehy kmitov pri 10 km/h.



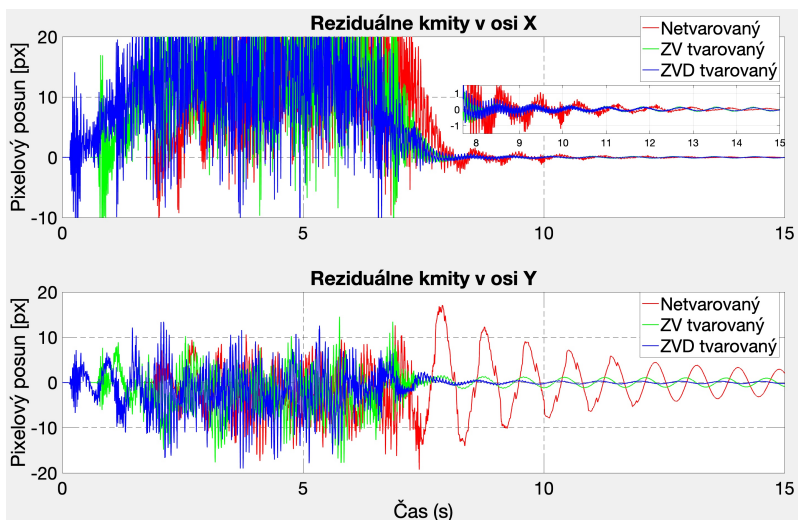
Obrázok 29: Výsledné priebehy kmitov pri 13 km/h.

Výsledné priebehy z experimentov na reálnom modeli jasne preukazujú účinnosť tlmiacich algoritmov. V prípade použitia ZV tvarovača pri priamočiaram pohybe pri rýchlosti 7 km/h došlo k takmer 5,35-násobnej miere eliminácie, pri použití ZVD tvarovača až k 8,56-násobnej. Pri rýchlosti 10 km/h bola miera eliminácie pri ZV tvarovači 42,72, zatiaľ čo pri ZVD tvarovači 7,92. Pri rýchlosti 13 km/h dosiahol ZV tvarovač mieru eliminácie 7,75, kým ZVD tvarovač až 23,49.

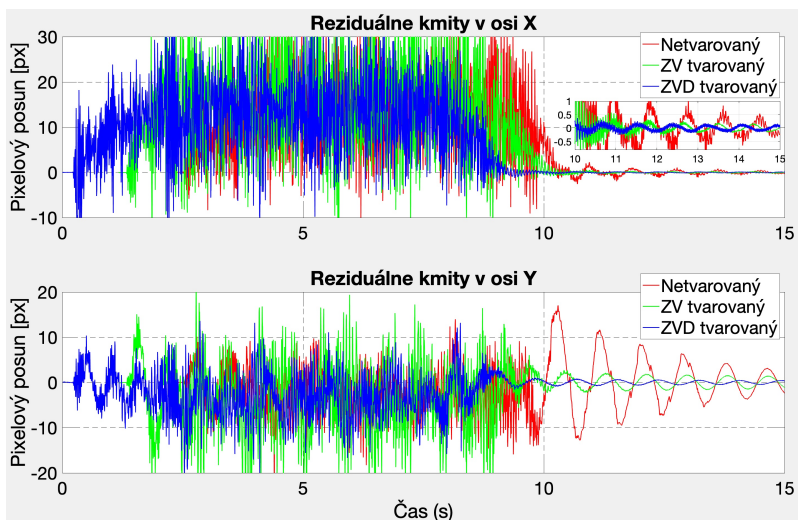
Priebehy kmitov pružného koncového člena mobilného podvozku, ktorý sa pohybuje po oblúkovej trajektórii pre uvedené rýchlostné režimy sú uvedené na obr. č. 30, obr. č. 31 a obr. č. 32.



Obrázok 30: Výsledné priebehy kmitov pri 7 km/h.



Obrázok 31: Výsledné priebehy kmitov pri 10 km/h.



Obrázok 32: Výsledné priebehy kmitov pri 13 km/h.

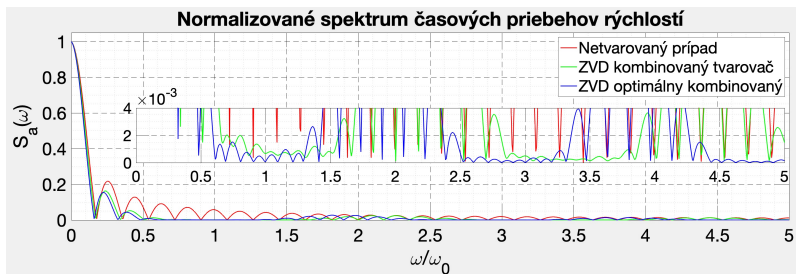
Pri pohybe po oblúku sa hodnoty miery eliminácie líšia v závislosti od smerových zložiek. Pri rýchlosti 7 km/h dosiahla miera eliminácie v osi x hodnotu 2,28 (ZV) a 1,86 (ZVD), zatiaľ čo v osi y to bolo 10,82 (ZV)

a 8,88 (ZVD). Pri rýchlosti 10 km/h bola miera eliminácie v osi x 7,30 (ZV) a 4,03 (ZVD), v osi y 10,84 (ZV) a až 23,79 (ZVD). Pri rýchlosti 13 km/h dosiahla mierna eliminácie v osi x 5,47 (ZV) a 8,57 (ZVD), pričom v osi y to bolo 6,30 (ZV) a 18,48 (ZVD).

Optimálne parametre ZVD nelineárneho tvarovača pri pohybe po oblúku 10 km/h

V rámci výskumu bolo úlohou bolo nájsť optimálnu kombináciu parametrov, ktorá minimalizuje reziduálne kmity. Ako optimalizačné kritérium bola zvolená suma amplitúd kmitov (odchýlka od zvislice), ktorá slúži ako miera celkovej veľkosti kmitania. Pre simulácie systému podvozku boli hľadané optimálne parametre rôznych typov korekčných členov, ktoré predstavovali rôzne kombinácie tvarovačov ZV a ZVD, resp. tvarovačov zapojených do série a kombinovaných (nelineárnych) verzií. Zo získaných hodnôt odchýlok a porovnaním voči netvarovanému prípadu je možné konštatovať lepšie výsledky pri ZVD tvarovačoch oproti ZV. Navyše je možné taktiež pozorovať nižšiu hodnotu optimálnych kombinovaných riešení (s nelinearitou) oproti danej obvyčajnej sériovej kombinácii. Najlepší výsledok bol dosiahnutý pri kombinovanom ZVD tvarovači. Simulovaný súčet chyby (resp. amplitúdy kmitov) dosahuje hodnotu 1,4264 m pre netvarovaný prípad, 0,0405 m pre vypočítaný nelineárny ZVD tvarovač a 0,003417 m pre najlepší optimálny kombinovaný ZVD tvarovač. Takéto optimálne parametre kombinovaného ZVD tvarovača boli overené aj na reálnom experimentálnom mobilnom podvozku.

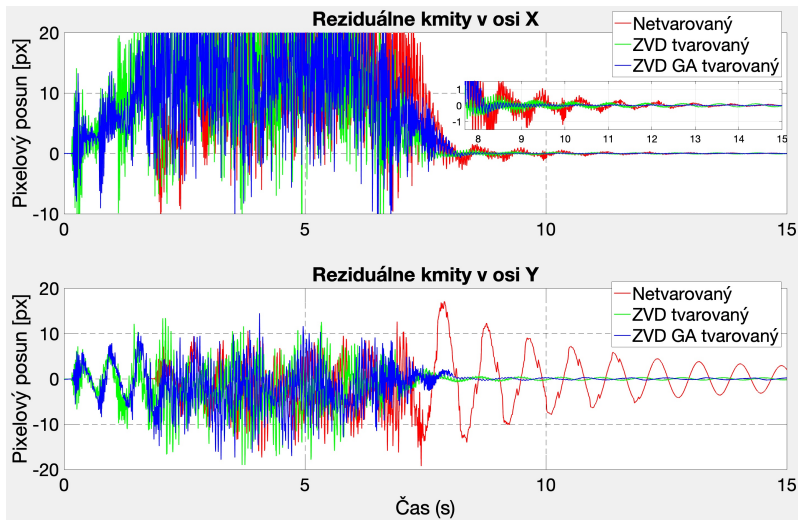
Na obr. č. 33 sú zobrazené amplitúdové spektrá týchto riadiacich impulzov.



Obrázok 33: Amplitúdové spektrá príslušných signálov.

Amplitúdy spektra sú na vlastnej frekvencii systému v tvarovaných prípadoch násobne nižšie oproti netvarovanému prípadu.

Zodpovedajúce kmity pružného koncového člena sú uvedené na obr. č. 34.



Obrázok 34: Výsledné priebehy kmitov pri 10 km/h.

Pri rýchlosti 10 km/h bolo GA optimalizované ZVD výrazne účinnejšie než klasické ZVD v sérii. V osi x sa miera eliminácie kmitov zvýšila z 4,03 na 12,27, v osi y z 23,79 na 35,69. Demonštračné videá spolu s dátami sú dostupné na: https://drive.google.com/drive/folders/1lK0FiVGbwjpY-DBvoWr1_YaW9EU7LkTB?usp=sharing.

5 Záver

Cieľom práce bolo navrhnúť algoritmus, ktorý prispôsobuje priebeh riadiaceho signálu tak, aby eliminoval reziduálne kmity pri náhlých zmenách rýchlosti pohybu kolesových podvozkov mobilných robotov a podobných systémov po zakrivených trajektóriách. Na základe analýzy existujúcich metód tlmenia vibrácií v slabo tlmených mechatronických systémoch bola zvolená metóda zapojenia tvarovačov do série s nelinearitou pre pohyb po oblúku. Riešenie bolo implementované a overené v simulácii aj na reálnych zariadeniach. Súčasťou je metóda identifikácie vlastných kmitov spracovaním optického toku z kamery v reálnom čase. Práca sa venovala aj adaptívnej zmene parametrov podľa meniacich sa vlastností systému a hľadaniu ich optimálnych hodnôt na dosiahnutie maximálnej účinnosti tlmenia.

Výsledky potvrdili, že prístup výrazne, niekoľkonásobne eliminuje reziduálne kmity. Zároveň umožňuje implementáciu s relatívne jednoduchými úpravami riadiaceho algoritmu, čo zvyšuje praktickú využiteľnosť. Vedeckým prínosom je nový spôsob kombinácie tvarovačov s nelineárnymi kompenzačnými prvkami, úspešne overený v simuláciách aj experimentoch. Rozšírili sme existujúce teórie o prípady pohybu po zakrivených trajektóriách so vzájomnou väzbou stupňov voľnosti a vyvinuli metódu identifikácie vlastných kmitov založenú na optickom toku v reálnom čase.

Do budúca vidíme priestor na kombináciu viacerých prístupov s cieľom zvýšiť robustnosť voči poruchám a neistotám. Perspektívne je ďalšie rozpracovanie adaptivity a prechod od manuálneho nastavovania parametrov k automatickým mechanizmom, napríklad pri vysúvacej konštrukcii so senzorickým systémom (kamera alebo iný snímač alebo efektor) na automatické skenovanie QR a čiarových kódov v skladoch. Ďalej je možné vylepšovať algoritmy identifikácie vlastných kmitov pre vyššiu presnosť a rýchlosť a rozvíjať metódy hľadania optimálnych parametrov.

Literatúra

- [1] Smith, O. J. (1957). Posicast control of damped oscillatory systems. Proceedings of the IRE, 45(9), 1249-1255.
- [2] Tallman, G., & Smith, O. (1958). Analog study of dead-beat posicast control. IRE Transactions on Automatic Control, 4(1), 14-21.
- [3] Smith, O. J. Feedback Control Systems. McGrawHill Book Co., Inc.: New York, NY, USA, 1958.
- [4] Singer, N. C., and Seering, W. P., 1990, "Preshaping Command Inputs to Reduce System Vibration," J. Dyn. Sys., Meas. Control, 112, pp. 76–82.Singhose.
- [5] P. Hubinský, *Riadenie mechatronických systémov s nízkym tlmením*, 1st ed. Bratislava, Slovakia: STU, 2010. ISBN 9788022733106.
- [6] Magee, D. P., & Book, W. J. (1995, June). Filtering micro-manipulator wrist commands to prevent flexible base motion. In Proceedings of 1995 American Control Conference-ACC'95 (Vol. 1, pp. 924-928). IEEE.
- [7] Gorinevsky, D., & Vukovich, G. (1998). Nonlinear input shaping control of flexible spacecraft reorientation maneuver. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 21(2), 264-270.
- [8] Singhose, W., Bohlke, K., & Seering, W. (1995, August). Fuel-efficient shaped command profiles for flexible spacecraft. In Guidance, Navigation, and Control Conference (p. 3182).
- [9] Calvert, J. F., & Gimpel, D. J. (1957). "Method and apparatus for control of system output in response to system input.Ü.S. Patent No. 2,801,351. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- [10] Drapeau, V., & Wang, D. (1993, May). Verification of a closed-loop shaped-input controller for a five-bar-linkage manipulator. In 1993 Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation (pp. 216-221). IEEE.

- [11] Singhose, W., Derezinski, S., & Singer, N. (1996). Extra-insensitive input shapers for controlling flexible spacecraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 19(2), 385-391.
- [12] Fortgang, J., Patrangenu, V., & Singhose, W. (2006, June). Scheduling of input shaping and transient vibration absorbers for high-rise elevators. In 2006 American Control Conference (pp. 6-pp). IEEE.
- [13] Semba, T., White, M. T., & Huang, F. Y. (2011). Adaptive cancellation of self-induced vibration. *IEEE transactions on magnetics*, 47(7), 1958-1963.
- [14] Park, K., Lee, J., & Park, J. (2013). Torque control of a vehicle with electronic throttle control using an input shaping method. *International Journal of Automotive Technology*, 14, 189-194.
- [15] Daqaq, M. F., Reddy, C. K., & Nayfeh, A. H. (2008). Input-shaping control of nonlinear MEMS. *Nonlinear Dynamics*, 54, 167-179.
- [16] Liao, K. M., Wang, Y. C., Yeh, C. H., & Chen, R. (2004, January). Closed-loop adaptive control for torsional micromirrors. In *MOEMS and Miniaturized Systems IV* (Vol. 5346, pp. 184-192). SPIE.
- [17] Pospiech, T., & Hubinský, P. (2009). Input shaping for slosh-free moving containers with liquid. *Int. J. Mech. Control*, 9, 13-20.
- [18] Singhose, W. E., Seering, W. P., & Singer, N. C. (1996). Input shaping for vibration reduction with specified insensitivity to modeling errors. *Japan-USA Sym. on Flexible Automation*, 1, 307-13.
- [19] Pereira, E., Trapero, J. R., Díaz, I. M., & Feliu, V. (2009). Adaptive input shaping for manoeuvring flexible structures using an algebraic identification technique. *Automatica*, 45(4), 1046-1051.
- [20] Bodson, M. (1998). An adaptive algorithm for the tuning of two input shaping methods. *Automatica*, 34(6), 771-776.

- [21] Schlegel, M., & Goubej, M. (2010). Feature-based parametrization of input shaping filters with time delays. *IFAC Proceedings Volumes*, 43(2), 247-252.
- [22] Ahmad, M. A., Ismail, R. R., Ramli, M. S., Abd Ghani, N. M., & Hambali, N. (2009, October). Investigations of feed-forward techniques for anti-sway control of 3-D gantry crane system. In *2009 IEEE Symposium on Industrial Electronics & Applications* (Vol. 1, pp. 265-270). IEEE.
- [23] Singer, N., Singhose, W., & Seering, W. (1999). Comparison of filtering methods for reducing residual vibration. *European Journal of Control*, 5(2-4), 208-218.
- [24] Murphy, B. R., & Watanabe, I. (1992). Digital shaping filters for reducing machine vibration. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(2), 285-289.
- [25] Singhose, W., Seering, W., & Singer, N. (1994). Residual vibration reduction using vector diagrams to generate shaped inputs.
- [26] Singer, N. C. (1989). Residual vibration reduction in computer controlled machines.
- [27] Economou, D., Mavroidis, C., Antoniadis, I., & Lee, C. (2002). Maximally robust input preconditioning for residual vibration suppression using low-pass fir digital filters. *J. Dyn. Sys., Meas., Control*, 124(1), 85-97.
- [28] Robertson, M., Kozak, K., & Singhose, W. (2006). Computational framework for digital input shapers using linear optimisation. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 153(3), 314-322.
- [29] Singhose, W. E., Seering, W. P., & Singer, N. C. (1990, May). Shaping inputs to reduce vibration: a vector diagram approach. In *Proceedings., IEEE international conference on robotics and automation* (pp. 922-927). IEEE.

- [30] Pereira, E., Trapero, J. R., Díaz, I. M., & Feliu, V. (2012). Adaptive input shaping for single-link flexible manipulators using an algebraic identification. *Control Engineering Practice*, 20(2), 138-147.
- [31] Tzes, A., & Yurkovich, S. (2002). An adaptive input shaping control scheme for vibration suppression in slewing flexible structures. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1(2), 114-121.
- [32] Cole, M. O. (2011). A discrete-time approach to impulse-based adaptive input shaping for motion control without residual vibration. *Automatica*, 47(11), 2504-2510.
- [33] Cole, M. O., & Wongratanaphisan, T. (2011). A direct method of adaptive FIR input shaping for motion control with zero residual vibration. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18(1), 316-327.
- [34] Stergiopoulos, J., & Tzes, A. (2007). Adaptive input shaping for nonlinear systems: A case study. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 129(2), 219-223.
- [35] Rhim, S., & Book, W. J. (2002). Noise effect on adaptive command shaping methods for flexible manipulator control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 9(1), 84-92.
- [36] Rhim, S. (2000). Limitations and improvements of time-delay command shaping filters for flexible machine control. Georgia Institute of Technology.
- [37] Muenchhof, M., & Singh, T. (2002). Concurrent feed-forward/feed-back design for flexible structures. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit* (p. 4941).
- [38] Tzes, A. (2003, June). Robust control design issues for input-shaped discrete systems. In *Proceedings of the 2003 American Control Conference*, 2003. (Vol. 6, pp. 4785-4787). IEEE.
- [39] Sane, H. S., Yazdi, N., & Mastrangelo, C. H. (2003, June). Application of sliding mode control to electrostatically actuated two-axis gimbaled micromirrors. In *Proceedings of the 2003 American Control Conference*, 2003. (Vol. 5, pp. 3726-3731). IEEE.

- [40] Ngo, Q. H., & Hong, K. S. (2010). Sliding-mode antisway control of an offshore container crane. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 17(2), 201-209.
- [41] Le, T. A., Dang, V. H., Ko, D. H., An, T. N., & Lee, S. G. (2013). Nonlinear controls of a rotating tower crane in conjunction with trolley motion. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 227(5), 451-460.
- [42] Tuan, L. A., & Lee, S. G. (2013). Sliding mode controls of double-pendulum crane systems. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 27(6), 1863-1873.
- [43] Marttinen, A., Virkkunen, J. O. U. K. O., & Salminen, R. T. (1990). Control study with a pilot crane. *IEEE Transactions on education*, 33(3), 298-305.
- [44] Sorensen, K., Singhose, W., & Dickerson, S. (2005). A controller enabling precise positioning and sway reduction in cranes with on-off actuation. *IFAC Proceedings Volumes*, 38(1), 580-585.
- [45] Mohamed, Z., Martins, J. M., Tokhi, M. O., Da Costa, J. S., & Botto, M. A. (2005). Vibration control of a very flexible manipulator system. *Control Engineering Practice*, 13(3), 267-277.
- [46] Sorensen, K. L., Singhose, W., & Dickerson, S. (2007). A controller enabling precise positioning and sway reduction in bridge and gantry cranes. *Control Engineering Practice*, 15(7), 825-837.
- [47] Garrido, S., Abderrahim, M., Gimenez, A., Diez, R., & Balaguer, C. (2008). Anti-swinging input shaping control of an automatic construction crane. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 5(3), 549-557.
- [48] Huey, J. R., Sorensen, K. L., & Singhose, W. E. (2008). Useful applications of closed-loop signal shaping controllers. *Control Engineering Practice*, 16(7), 836-846.

- [49] Huang, J., Maleki, E., & Singhose, W. (2013). Dynamics and swing control of mobile boom cranes subject to wind disturbances. *IET Control Theory & Applications*, 7(9), 1187-1195.
- [50] Mar, R., Goyal, A., Nguyen, V., Yang, T., & Singhose, W. (2017). Combined input shaping and feedback control for double-pendulum systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 85, 267-277.
- [51] Yasunobu, S., & Hasegawa, T. (1986). Evaluation of an automatic con-tainer crane operation sys-tem based on predictive fuzzy control. *Control Theory and Advanced Technology*, 2(3), 419-432.
- [52] Chang, C. Y. (2007). Adaptive fuzzy controller of the overhead cranes with nonlinear disturbance. *IEEE transactions on industrial informatics*, 3(2), 164-172.
- [53] Ahmad, M. A., Samin, R. E., & Zawawi, M. A. (2010, March). Comparison of optimal and intelligent sway control for a lab-scale rotary crane system. In *2010 Second International Conference on Computer Engineering and Applications (Vol. 1, pp. 229-234)*. IEEE.
- [54] Solihin, M. I., Wahyudi, & Legowo, A. (2010). Fuzzy-tuned PID anti-swing control of automatic gantry crane. *Journal of Vibration and Control*, 16(1), 127-145.
- [55] Moreno, L., Acosta, L., Mendez, J. A., Torres, S., Hamilton, A., & Marichal, G. N. (1998). A self-tuning neuromorphic controller: application to the crane problem. *Control Engineering Practice*, 6(12), 1475-1483.
- [56] Méndez, J. A., Acosta, L., Moreno, L., Torres, S., & Marichal, G. N. (1999). An application of a neural self-tuning controller to an overhead crane. *Neural computing & applications*, 8(2), 143-150.
- [57] Acosta, L., Méndez, J. A., Torres, S., Moreno, L., & Marichal, G. N. (1999). On the design and implementation of a neuromorphic self-tuning controller. *Neural Processing Letters*, 9(3), 229-242.

- [58] Toxqui, R., Yu, W., & Li, X. (2006, July). Anti-swing control for overhead crane with neural compensation. In The 2006 IEEE international joint conference on neural network proceedings (pp. 4697-4703). IEEE.
- [59] de Moura Oliveira, P. B., Solteiro Pires, E. J., & Cunha, J. B. (2011, October). Particle swarm optimization for gantry control: A teaching experiment. In Portuguese Conference on Artificial Intelligence (pp. 196-207). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- [60] Maghsoudi, M. J., Mohamed, Z., Husain, A. R., & Tokhi, M. O. (2016). An optimal performance control scheme for a 3D crane. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 66, 756-768.
- [61] Maghsoudi, M. J., Mohamed, Z., Sudin, S., Buyamin, S., Jaafar, H. I., & Ahmad, S. M. (2017). An improved input shaping design for an efficient sway control of a nonlinear 3D overhead crane with friction. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 92, 364-378.
- [62] Jaafar, H. I., Mohamed, Z., Ahmad, M. A., Wahab, N. A., Ramli, L., & Shaheed, M. H. (2021). Control of an underactuated double-pendulum overhead crane using improved model reference command shaping: Design, simulation and experiment. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 151, 107358.
- [63] Hubinský, P., Jurišica, L., & Vranka, B. (2005). Genetic algorithm based method of elimination of residual oscillation in mechatronic systems. *Kybernetika*, 41(5), 623-636.
- [64] Alam, M. S., & Tokhi, M. O. (2008). Designing feedforward command shapers with multi-objective genetic optimisation for vibration control of a single-link flexible manipulator. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 21(2), 229-246.
- [65] Nakazono, K., Ohnishi, K., Kinjo, H., & Yamamoto, T. (2008). Vibration control of load for rotary crane system using neural network with GA-based training. *Artificial Life and Robotics*, 13(1), 98-101.

- [66] Liu, D., Guo, W., & Yi, J. (2008). Dynamics and GA-based stable control for a class of underactuated mechanical systems. *International Journal of Control Automation and Systems*, 6(1), 35-43.
- [67] Chong, A. K., Al-Baghdadi, J. A. A., & Alshadli, D. (2014, January). High definition video cameras for measuring movement of vibrating bridge structure. In *International Conference on Vibration and Vibro-acoustics (ICVV2014)*. University of Southern Queensland.
- [68] Ferrer, B., Espinosa, J., Roig, A. B., Perez, J., Acevedo, P., & Mas, D. (2014, May). Low cost subpixel method for vibration measurement. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1600, No. 1, pp. 210-214). American Institute of Physics.
- [69] Ferrer, B., Espinosa, J., Roig, A. B., Perez, J., & Mas, D. (2013). Vibration frequency measurement using a local multithreshold technique. *Optics express*, 21(22), 26198-26208.
- [70] Meshram, S., & Raykar, N. (2015, November). Vision Based Approach to Experimental Study of Vibrations in Academia. In *International Conference on Advances in Engineering Science and Management* (Vol. 374).
- [71] Amin, Z., & Ikhsan, M. (2018). A Study of a CCD Camera for Vibration Measurement. In *MATEC Web of Conferences* (Vol. 215, p. 01012). EDP Sciences.
- [72] Ferrer, B., Espinosa, J., Pérez, J., Ivorra, S., & Mas, D. (2011). Optical scanning for structural vibration measurement. *Research in Nondestructive Evaluation*, 22(2), 61-75.
- [73] Selvam, S. P. (2017). Vision-based Sensor System for Vibration Measurement.
- [74] Romaszko, M., Sapiński, B., & Sioma, A. (2015). Forced vibrations analysis of a cantilever beam using the vision method. *Journal of theoretical and applied mechanics*, 53.
- [75] Jimenez-Hernandez, H., & Salas, J. (2011). Motion detection on fixed cameras subject to vibration. *Dyna*, 78(168), 36-44.

- [76] Brambley, E., Fletcher, H., Hill, R., Johnston, I., Liu, J., MacKay, R., ... & Piette, B. (2017). Measuring vibrations from video feeds.
- [77] Hadar, O., Kuntsevitsky, A., Wasserblat, M., Kopeika, N. S., & Rotman, S. R. (1995). Automatic target recognition during sensor motion and vibration. *Optical Engineering*, 34(10), 3062-3068.
- [78] Jurišica, L., Hubinský, P., & Knot, J. (2006). Feature Based Object Tracking for Oscillation Detection. In *International Conference of Radioelektronika* (pp. 316-319).
- [79] Savitzky–Golay filter. Dostupný online:
https://en.wikipedia.org/wiki/Savitzky%E2%80%93Golay_filter

6 Publikované práce autora

ADC Vedecké práce v zahraničných karentovaných časopisoch

Gavula, Adam - Hubinský, Peter - Babinec, Andrej: *Damping of Oscillations of a Rotary Pendulum System*. In: Applied Sciences. - ISSN 2076-3417. - Vol. 13, iss. 21 (2023), Art. no. 11946, 14 s. - DOI: 10.3390/app132111946. - WOS: 001100240300001. - SCOPUS: 2-s2.0-85192359976. - URL: <https://www.mdpi.com/2076-3417/13/21/11946>. Citácie: Scopus 3; Web of Science 2.

AFD Publikované príspevky na domácich vedeckých konferenciách

Gavula, Adam - Hubinský, Peter - Reischl, Daniel - Schröck, Johannes: *Vibration Damping of a Flexibly Mounted End-Effector in a Robotic Manipulator During Motion*. In: *ICCC 2025* [560 s.] / Kačur, Ján. - Danvers : IEEE, 2025. - ISBN 979-8-3315-0127-3. - S. 1–7. - DOI: 10.1109/ICCC65605.2025.11022837. - URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/11022837>.

BEF Odborné práce v domácich zborníkoch (konferenčných aj nekonferenčných)

Gavula, Adam - Lučkanič, Viktor - Duchoň, František - Polák, Marek: *Guiding of a simulated medical scara type robot and torque-controlled joint with force-feedback devices*. In: *ELITECH'22* [CD ROM, 164 s.] / Conference of doctoral students ELITECH'22. – Bratislava : Vydavateľstvo Spektrum STU, 2022. – ISBN 978-80-227-5192-6. – [7] s.

AGJ Autorské osvedčenia, patenty, objavy

Hubinský, Peter - Gavula, Adam: *Systém na potláčanie kmitov pružne uloženého koncového člena mobilných podvozkov a spôsob potláčania kmitov*: prihláška úžitkového vzoru č. 159-2024, dátum podania prihlášky: 6.11.2024, dátum zverejnenia prihlášky: 23.04.2025, ÚPV SR č.: 8/2025. – Banská Bystrica : Úrad priemyselného vlastníctva SR, 2025. – 9 s. –

URL: <https://wbr.indprop.gov.sk/WebRegistre/UzitkovyVzor/Detail/159-2024?csrt=5216408323533352469#>.

AFC Publikované príspevky na zahraničných vedeckých konferenciách

Hubinský, Peter - Gavula, Adam - Chovanec, Luboš: [*Overview of Experiences with Vibration Damping in Electromechanical Systems*]. In: *International Conference on Advances in Information and Communication Technology (ICTA 2025)*. – 27.–28. november 2025. – Information Technology Institute, Vietnam National University, No 144, Xuan Thuy St, Cau Giay, Hanoi, Vietnam. – URL: <https://icta-conf.com/>.